

“ごーん・ぐおをーん”，“かーん・ううおううおうおーん”，鐘が響きます。

IHI 技報第 52 巻第 3 号（2012 年 9 月発行），“釣鐘のお話”で，“釣鐘の響き”についてご紹介しました。少し間が空きましたが、今回はこれの続編です。

読者のお一人から、名鐘 16 鐘の響きを記録した CD をご紹介いただきました。西暦 698 年銘の妙心寺梵鐘（旧鐘はひび割れ保管なので、新鑄された鐘の録音）から浅草寺の鐘（1692 年）まで、大から小、響きの良さ、物語に登場する鐘など選び抜かれた 16 鐘の響きが収録されています。開始と終了の妙心寺の鐘では読経が加わる演出がされていますが、ほかはただただ，“ごーん・ぐおをーん”，“かーん・ううおううおうおーん”の響きとその余韻が録音されています<sup>(1)</sup>。

まずは耳を澄まして聞いてみました。清んだ音色に背筋が引き伸ばされます。“ごーん・ぐおをーん”の大鐘から，“かーん・ううおううおうおーん”の小ぶりの鐘まで、こうした聞き比べでは、音の高低、唸りの有無、いろいろ様々で、響きの違いにあらためて気付かされます。先の記事の知ったかぶりは誠ににお恥ずかしい限りで、16 鐘のう

ち吊り姿を目にしている鐘は、東大寺、伊勢原日向薬師、浅草寺ほかの数鐘だけ、響きを耳にした鐘は 2 例だけでした。それも偶然，“時の鐘”を耳にしたばかりで、響きの分析とは程遠い聞き方でした。法隆寺鐘の響きはそれなりに確認しましたが、16 鐘には含まれていません。撞かせてもらえる鐘以外は、その気になって聞く工面をしないとなかなか耳にする機会に会えないということでしょう。

打音の高低、唸り、そして残響など、16 名鐘の“響き”の違いに興味をもった専門家が、最新の手法で音の分析をしてくれました。一部結果をご紹介します。鐘の説明では前報告と重なりますが、これについてはご容赦ください。

鐘を鳴らすには、“撞木”で“撞座”を強打します。“ごーん”，“かーん”と 1～2 秒の間、和音で響くのが「あたり」で、低音の「おし」がこれに続きます。「おし」では“唸り”が生じますが、“唸り”ようは千差万別で、東大寺の奈良太郎はゆったりと数回唸るだけですが、浅草寺鐘は忙しく唸ります。録音では、20～30 秒の「おし」のあと次の“撞き”による新しい「あたり」が響きます。

## 続・釣鐘のお話

技術開発本部  
小野塚 正一



薄曇りの山寺 鐘楼と茅葺の本堂 東京都あきる野市 龍角山 広徳寺

音の高低は、鼓膜が1秒間に何回振れるかで認識されます。1秒間の振れ回数を周波数といい、人は、20回/毎秒(Hzの単位で表します)から20000Hzまで聞き分けることができます。ピアノは88鍵で、27.5Hz(A0, ハ調ラ)から4186Hz(C8, ド)まで、ヴァイオリンの最低音は196Hz(G3, ソ)です。オーケストラの音合わせはA4(ト音記号五線紙の下から2/3番目の間の音, ラ, 440Hz)、モーツァルトのキラキラ星変奏曲はハ長調で“ドドソソララソ”, このラ音は1オクターブ上です。浅草寺の「あたり」は409Hzで, “ソ”より少し高い音程でした。

さて今回は数値で楽曲が録音されているCD-DA (Compact Disk Digital Audio) が出発点です。デジタル・データの読み取りから始めましょう。

CD-DAでは、レーザー光の干渉を利用して、その明暗で情報を読み取ります。“1”か“0”かどちらかの世界です。データ1個につき49回の明暗が基本で(49 bits), 1秒間の転送データ数は44100, 相互の時間差は0.0227ms, 1秒間のやりとりは44100×2ch(ステレオ)なので、明暗の回数は4.32百万回/秒(4.32Mbps)にもなります。CDの録音時間は最大74分強ですので、 $44100 \text{ d/s} \times 2 \text{ ch} \times 60 \text{ s} \times 74 \text{ min} = 3.92 \times 10^8$ , 4億個を少し下回るデータがやりとりされます。個々のデータは16 bits (2 bytes) 構成なので、 $2^{16} = 65536$ 通りに数字を振り分け記録していて、±10V範囲の電圧を記録しようとするときは、0.3mV区分で数値をデータに割り付けます。

この最大74分の録音時間は、「ベートーベンの交響曲第九は1枚のCDに」という指揮者カラヤンの主張を受けて、親交のあった開発者SONY社の大賀氏がこれに賛同して決められました。日本の技術と人材が関与した良き時代の誇らしい歴史です。

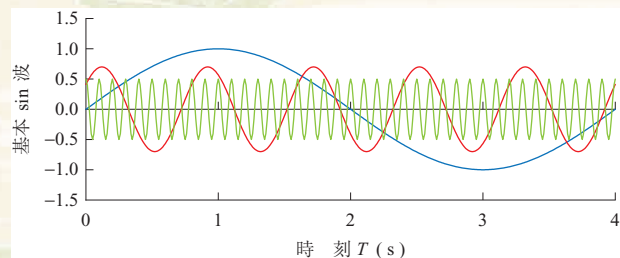
鐘に戻りましょう。鐘が振れると周りの空気は揺さぶられ、押し/引きされます。空気は圧力変化でこの運動を受け止め、気圧の変動として響きを周囲に伝えます。オーディオ機器では、マイクロフォンがこの気圧を察知して電圧に変換し、さらにデジタル値に変換(AD変換)して、CD-DAに記録します。記録される物理量は時々刻々変化する気圧の値そのものなのです。音の再生では、CDプレーヤーがデジタル値を読み取りアナログの電圧値に変換

(DA変換)、スピーカーの駆動力とするために増幅器(アンプ)で電圧を拡大し、スピーカーが空気を震わせ気圧の変動を作り出します。

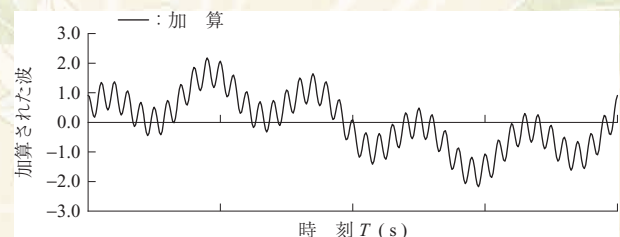
音の分析では、「高速フーリエ変換(FFT)」というテクニックで気圧の変動を幾つかの波の変動に仕分けして元の波の性質を探ります。CD-DAに記録されているデジタル・データは0.0227msごとのとびとびの気圧値ですが、これを読み出し、加算される前の元の波を逆算します。鐘の響きは刻々変化しますので時刻を区切って、ある時刻区間の波を逆算します。この作業にはデジタルのデータ記録というのは非常に便利です。

途中の手続きを理解するにはちょっとした準備が必要です。中学で勉強した三角関数, sin と cos を思い出しましょう。

周期をもって変化する物理量の時間変動(振動)は、時間軸をもつ三角関数の例えばsinの加算, 乗算, そしてその組み合わせで表現できるとされています。上図では3種のsin波を表示していますが、これを単純に加算したのが下図です。それなりに癖のある波の形ですが、自然の何かの変動のようにも見てとれます。加算の結果この下図の波ができていますので、工夫すれば元の3つの波に仕分けするのはそんなに無理なことではないでしょう。この辺の工夫がフーリエ変換といわれる手だてで、類似のラプラス変換, ハンケル変換とともに数学世界の大きな柱になっています。正確なところは教科書でお調べいただくとして、様々な音の組み合わせ(高低, 強弱)でできている楽曲もそして個々の鐘の響きも、工夫すれば元の音の



元になる sin 波 (正弦波) 3 種

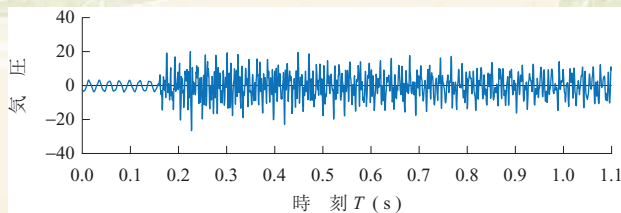


加算された sin 波の波形

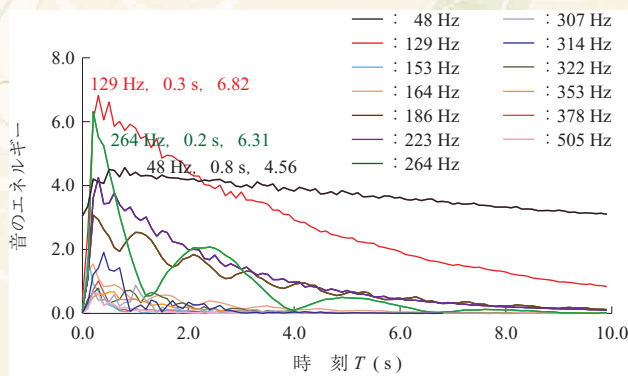
組み合わせに分解できるということをご記憶ください。

それでは CD-DA の 16 鐘に戻りましょう。まず、何日も響くという口径 271 cm、東大寺の大鐘です。下図は、録音開始から 1.1 秒までの間の気圧変動を示しています。CD-DA に録音されているデータはあまりにも大量なので、取り扱いの関係から 20 個置きの 0.4 ms ごとのとびとびのデータを拾いました。

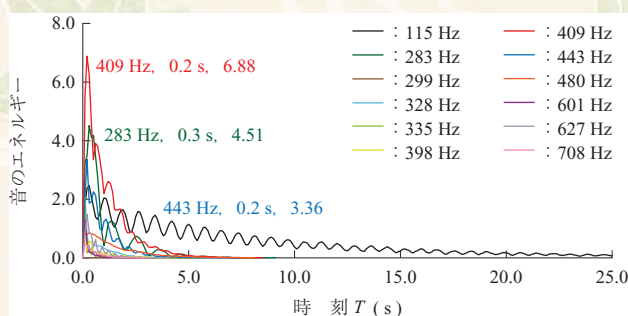
横軸を時間軸に取り、縦軸は気圧を示します。最初の 0.1 秒までは、45 ~ 50 Hz のきれいな波が記録されていますが、これは前の打ち鳴らしの残響(「おし」ないしは「送り」)です。0.15 秒に“撞き”があり、ここから一響きが始まります。最初に“ごーん”、続いて低音で“ぐおをーん”と聞こえる響きの気圧変化です。何やら分からない波の形ですが、波を切り分けて、0.1 秒で区分分けされた元の波の強弱を絵にしました。最初、赤い線の 129 Hz と 264 Hz の音が立ち上がり、その後 48 Hz の音



東大寺梵鐘(奈良太郎)の響き(気圧の時刻歴変化)



“響き”を構成する音の高まりと減衰(東大寺梵鐘 奈良太郎)



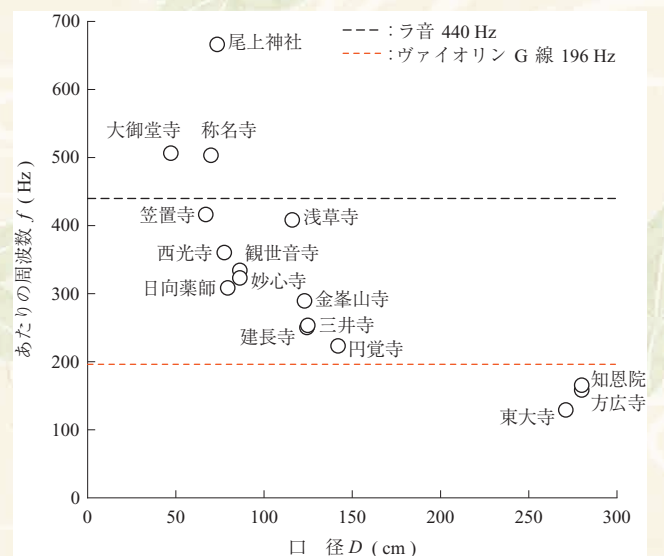
浅草寺梵鐘の構成音の変化

に取って代わられる様子が分かります。3 音とも次第にそのパワーは下がります。チェロの第 3 弦開放ト音 (G2) はヴァイオリンの最低音 4 番線 (G 線) 開放ト音 (G3, 196 Hz) より 1 オクターブ下 (周波数が 1/2) の 98 Hz ですが、129 Hz 音はこれより完全 4 度高いハ音 (C3) 130 Hz に近い音です。264 Hz 音は、C4 ハ調ド (262 Hz) のちょっと下です。この響きは 2.2 秒周期で唸るので、2.2 秒で 1 山違う、すなわち、周波数 264 Hz 音に対する周波数  $\pm 1/2.2$  Hz 違いのもう 1 音があることを示しています。

この 129 Hz, 264 Hz 音が打音の「あたり」で、やがて黒線の 48 Hz の「おし」に交代します。「おし」のパワーレベルはきれいに低下し、唸りません。似たサイズの方広寺、知恩院の大鐘に比べると東大寺鐘は軽量、薄肉構成ですが、響きの衰えが小さく、48 Hz の「おし」を長く長く響かせます。

その下は浅草寺鐘(口径 116 cm)の響きです。409 Hz の音合せラ音の少し下の「あたり」と、0.8 秒周期の「おし」の唸り“ううおうおうおーん”をもちます。東大寺鐘とは大きく違います。

16 鐘の「あたり」音の高低を鐘の口径で整理し図にしました。口径 2 m を超す大鐘 3 鐘、1 m 周りの建長寺、円覚寺、三井寺などの中鐘、1 m 以下の鐘の 3 グループにわかれるようです。振動理論では、小さく丈の低い鐘、厚肉の鐘、が高い響き音をもつと説明されますが、吊り下げの条件、形、肉厚の分布などで響きの差が生まれるようです。



16 名鐘の口径と“あたり”の周波数

ここまでではすべて N 博士のお仕事です。少しは私自身の結果もないと具合が悪いので、東大寺大鐘をモデルに振動計算を試してみました。鐘の高さ、口径、重さ以外の数値は手に入りませんでしたので、全体形、肉厚の分布そのほかは適当に決めさせてもらいました。下図には、鐘の変形モードの計算結果から、撞座相当部分を撞いたときに見られるだろう変形モードを抜き出しました。下段は鐘の下から見上げた図で、右撞座を左に撞くことを考えています。上段は斜め下から見上げています。2 波縦 1/4 波、3 波縦 1/4 波、4 波縦 1/4 波、3 波縦 5/8 波、5 波縦 1/4 波の花びら振動モードです。周波数はそれぞれ、20 Hz、41 Hz、78 Hz、115 Hz、127 Hz という結果でした。FFT 結果より少し小さい周波数になってしまいましたが、115 Hz の 3 花びら縦 5/8 波が 129 Hz の「あたり」音に相当し、41 Hz の 3 花びら縦 1/4 波が「おし」の 48 Hz に対応すると考えて良いかと思えます。

録音では、2 波 20 Hz、4 波 78 Hz が記録されていません。鐘の構造によるのでしょうか。また、130 Hz を超える高周波域の変形モードは複雑で、肉厚分布など詳細な構造情報を必要とするのであきらめました。186 Hz の唸る波を追っかけたかったのですが。

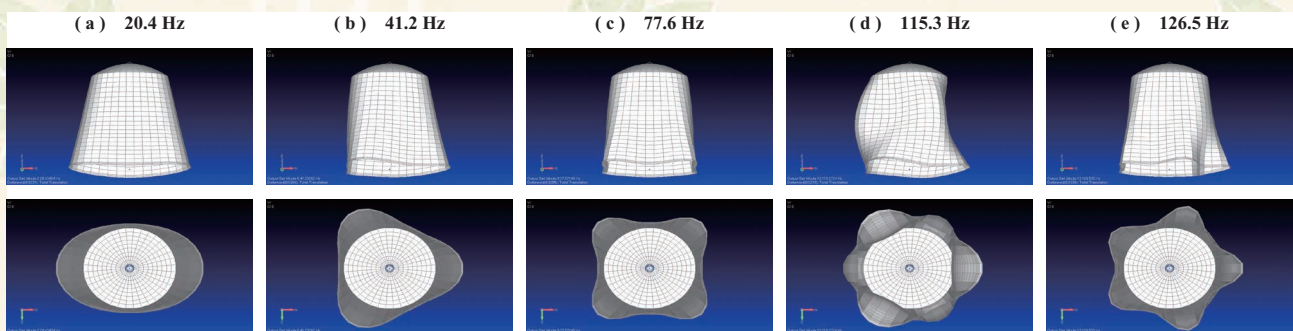
さて、周波数分析の基礎を導いたのは、ジョセフ・フーリエ男爵 (Jean Baptiste Joseph Fourier, 1768 ~ 1830 年) でした。高名なフランスの数学者、物理学者ですが、行政官としても激動のフランス革命時代を生き抜き、大活躍しました。仕立屋の 9 男として生まれたフーリエでしたが、9 歳で父親が死亡、修道士の世話で陸軍幼年学校に入学します。数学との接点はここでできました。卒業後は修道士の傍ら数学の研究を続け、1789 年、論文発表でパリに滞在中、革命に遭遇します。フーリエ、21 歳でした。紆余曲折の末、幼年学校の数学教員に就職しますが、同時期、

オセール市の革命委員会委員長としても活躍します。革命政府と対立して失職したりもするのですが、エコール・ポリテクニクの築城学と解析学の教員に落ち着き、この時期にフーリエ解析の基礎を証明したと伝えられます。1799 年から 1801 年の間は、ナポレオンのエジプト遠征に加わり、エジプト学士院の院長まで勤めます。30 代のはじめです。

1801 年、エジプト戦争の敗戦でやむなく帰国しますが、ナポレオンに行政手腕を認められ、イゼール県の知事となります。ここでもさらに業績を積み上げ男爵の爵位を得るまでになるのですが、知事職に励む傍ら熱伝導の解析を進め、1807 年、論文にまとめました。ですがこの論文は、学界大御所のラプラス、ラグランジュの理解をなかなか得られず、苦勞もしたようです。知事時代には、“ロゼッタ・ストーン”のモックアップ(?)を 12 歳のシャンポリオンに見せていますが、これが 20 年後にエジプト古文字ヒエログリフの解読につながるとは、偶然とはいえ、特筆される出来事でした。“ロゼッタ・ストーン”解読は物語としても語られていますので、一読されるのもよろしいかと思えます。

ワーテルローの戦いに敗れたフランスは、1815 年以降、王党派の時代に入ります。フーリエは立場を王党派に変えるのですが、統領のルイ 18 世はこの変節を嫌い、フーリエは不遇の一時期を迎えることとなります。しばらくはおとなしく自重していましたが、アカデミーの後押しで学会に復帰すると今度は学会に君臨するまでに復活します。1830 年、7 月革命が始まるなか、62 歳で生涯を閉じられました。支配層にまで登り詰めた大数学者の激動の一生でした。幅広さに脱帽です。

(1) “梵鐘”: 32DG 36 STEREO/DIGITAL RECORDING  
1984 CBS/SONY Inc.



東大寺梵鐘 (奈良太郎) の“変形”と“振れ” (振動モード)