

非線形スロッシングによる石油タンク浮き屋根の振動に関する研究

Study of Vibration Affecting Floating Roofs of Oil Storage Tanks Due to Nonlinear Sloshing

内海 雅彦 技術開発本部基盤技術研究所機械要素研究部 主幹 博士(工学)
石田 和雄 プラントセクター 技師長 博士(工学)
日詰 雅之 IHI プラント建設株式会社 設計部

石油タンク内の液体スロッシングによる浮き屋根の振動は、地震の長周期成分に共振し、浮き屋根の構造破損を引き起こす。このため、浮き屋根の振動解析はタンクの安全評価における重要な課題である。本稿では、スロッシングの非線形性を考慮して浮き屋根の振動解析を行い、非線形性を省略した線形解析との比較によって、浮き屋根に生じる応力が非線形性に起因して著しく増大することを示す。これは、非線形スロッシングでは周方向波数 2 のモードが励起されることに基づく。さらに、実験検証を行い、応力の非線形解析結果が実験結果に良く一致することを示す。

Oscillatory motion of the floating roofs of oil storage tanks caused by the sloshing of liquid in the tanks closely resonates with long-period earthquakes, and thus can lead to such roofs being structurally damaged. Therefore, the vibration analysis of floating roofs is a subject of great importance when estimating the safety of tanks. In this paper, vibration analysis was conducted taking into account the nonlinearity of sloshing, showing that neglecting the nonlinearity of sloshing leads to significant underestimations of stresses affecting floating roofs. This is due to the fact that in nonlinear sloshing, there is excitation of the modal component with circumferential wave number 2. Furthermore, experimental validation is presented that illustrates that the results of the nonlinear analysis agree with those of the experiments.

1. 緒 言

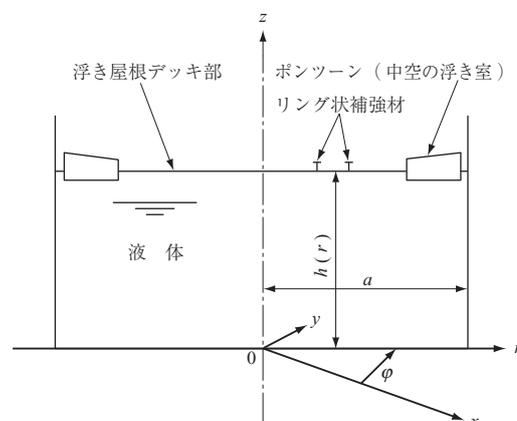
石油タンク内の液体スロッシング（液面が振動する現象）は、地震動の長周期成分に共振して大きく成長し、液体を外気から遮断するために用いられている浮き屋根に損傷を引き起こす。このため、浮き屋根の柔軟性を考慮した振動解析が広く行われている。しかし、ほとんどがスロッシングの非線形性を省略した線形理論に基づいている^{(1)~(4)}。スロッシングの非線形性を考慮した解析は少なく、汎用解析コードによって実施されている⁽⁵⁾。しかし、振動論的検討は十分ではなく、特に、破損事故の多いボンツーン部分に発生する応力について、非線形性を考慮する場合と考慮しない場合（線形近似）との比較検証は行われていない。

本稿は、このような検証を、スロッシングの非線形性に起因する内部共振に着目して行うことを目的とする。また、総務省消防庁消防大学校消防研究センター（以下、消防研究センターと呼ぶ）が実施した実機タンク浮き屋根の揺動実験の結果と比較することによって、解析手法の妥当性を検証する。

2. 解 析

2.1 解析モデル

第1図に解析モデルを示す。任意の周方向角 φ での断面が示されており、 a は円筒形タンクの半径、 h は静的平衡時の液体の深さである。浮き屋根は、デッキ部と、浮力を得るため周囲に設置された中空部分（ボンツーン）と



第1図 解析モデル（任意周方向座標での断面図）

Fig. 1 Computational model (cross-section at arbitrary circumferential coordinate φ)

から構成され、詳細諸元は 3 章で述べる。

浮き屋根は軸対称な弾性シェル構造としてモデル化し、シェルの全体座標 $(-z, \varphi, r)$ に関する変位成分を $(\bar{u}, \bar{v}, \bar{w})$ とする。浮き屋根とタンク側壁の間にはシールがあり、浮き屋根の外周での r 方向変位に対し、単位面積当たり $-k_{\text{seal}} \bar{w}$ 、 $-c_{\text{seal}} \partial \bar{w} / \partial t$ のばね力、減衰力が浮き屋根の半径方向に作用するものとする。ここで、 k_{seal} はばね定数、 c_{seal} は減衰定数である。液体運動は非圧縮完全流体の渦なし流れとし、タンクの側壁と底は剛体とする。浮き屋根と液体の界面での境界条件の非線形性を考慮し、この境界条件の定式化において、静的平衡時の液体と浮き屋根との界面を $z=h$ 、 $0 \leq r \leq a$ と近似する。この近似は、界面の z 座標の位置 (r, φ) による変化が液深 h に比べて非常に小さいこと、タンク側壁の半径 a と浮き屋根の半径の差が a に比べて非常に小さいことに基づく。

2.2 変分原理による基礎方程式の導出

本研究では、液体と弾性体によって構成される系の非線形振動解析に解析的手法を導入するための有力な方法として、ガレルキン法を用いる。このためには基礎方程式系の変分原理による表示が必要である。

液体運動に関するラグランジュアン汎関数は、単位体積当たりのラグランジュアンが液圧に等しいことに基づき次のように表される。

$$\int_{t_1}^{t_2} L_f dt = \int_{t_1}^{t_2} \iiint_V p_l dV dt \quad \dots\dots\dots (1)$$

ここで、 L_f は液体のラグランジュアン、 V は液体の占める空間、 p_l は液圧、 t は時間を表す。液圧は、流体力学の渦なし非定常流れに関する圧力方程式に基づき、液体のタンクに対する相対運動を表す速度ポテンシャル ϕ を用いて次のように表される。

$$p_l = -\rho_f \left\{ \frac{\partial \phi}{\partial t} + g(z-h) + x \ddot{f}_x(t) + y \ddot{f}_y(t) + \frac{1}{2} (\nabla \phi)^2 + \dot{G}(t) \right\} \quad \dots\dots\dots (2)$$

ここで、 ρ_f は液体密度、 g は重力加速度、 x, y, z はタンクに固定された座標系、 $\ddot{f}_x(t)$ 、 $\ddot{f}_y(t)$ はそれぞれ x, y 方向の地震加速度入力、 h は静的つりあい時の液体の深さ、 $\dot{G}(t)$ は任意の時間関数である。(2) 式を (1) 式に代入し、浮き屋根の変位による液体領域の可変性に注意して変分計算を実行すると、下記のようなになる。

$$\delta \int_{t_1}^{t_2} L_f dt = \int_{t_1}^{t_2} \left[\rho_f \iiint_V \nabla^2 \phi \delta \phi dV \right.$$

$$\begin{aligned} & -\rho_f \iint_W \nabla \phi \cdot \mathbf{N}_W \delta \phi dW \\ & + \rho_f \iint_S \left\{ -\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} \cos(\mathbf{N}_S, z) - \nabla \phi \cdot \mathbf{N}_S \right\} \delta \phi dS \\ & - \iint_S p_l \delta \bar{u} \cos(\mathbf{N}_S, z) dS \\ & \left. - \rho_f \delta G \iint_S \frac{\partial \bar{u}}{\partial t} \cos(\mathbf{N}_S, z) dS \right] dt \quad \dots\dots\dots (3) \end{aligned}$$

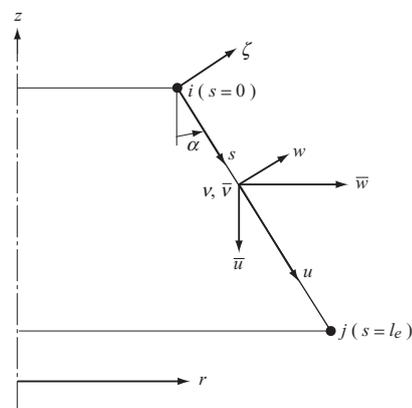
ここで、 W は液体とタンクとの境界面（側直面と底面）、 S は液体と浮き屋根との境界面、 \mathbf{N}_W 、 \mathbf{N}_S はこれらの面の外向き単位法線ベクトル、 $\cos(a, b)$ は a 方向と b 方向のなす角の余弦を表す。

浮き屋根は、第 2 図に示すような円すい台シェル要素 (i, j) を用いた有限要素解析によって定式化する。全体座標 $(-z, \varphi, r)$ に関する変位成分 $(\bar{u}, \bar{v}, \bar{w})$ と、要素座標 (s, φ, ζ) に関する変位成分 (u, v, w) が示されている。

s はシェル要素に沿う子午線座標を、 ζ は法線方向を表す。まず、任意の節点 i の変位ベクトルを、各周方向波数 m の成分に関し、 x, y 方向加振に対して励起される成分に分解して表す。

$$\begin{aligned} & \left\{ \bar{u}_i \quad \bar{v}_i \quad \bar{w}_i \quad (\partial \bar{w} / \partial s)_i \right\}^t \\ & = \sum_{m=0}^{\infty} \left\{ \begin{array}{l} \bar{u}_{mx,i} \cos m\varphi + \bar{u}_{my,i} \sin m\varphi \\ \bar{v}_{mx,i} \sin m\varphi - \bar{v}_{my,i} \cos m\varphi \\ \bar{w}_{mx,i} \cos m\varphi + \bar{w}_{my,i} \sin m\varphi \\ \left(\frac{\partial \bar{w}}{\partial s} \right)_{mx,i} \cos m\varphi + \left(\frac{\partial \bar{w}}{\partial s} \right)_{my,i} \sin m\varphi \end{array} \right\} \quad \dots\dots\dots (4) \end{aligned}$$

次に、要素内変位成分を節点変位成分で表し、運動エネルギーとポテンシャルエネルギーを計算することによって、浮き屋根のラグランジュアン汎関数の変分を次の形に表す。



第 2 図 円すい台シェル要素 ij
Fig. 2 Conical shell element ij

$$\begin{aligned}
& \delta \int_{t_1}^{t_2} L_r dt \\
&= \delta \int_{t_1}^{t_2} \frac{1}{2} \sum_{m=0}^{\infty} \{ (\dot{\mathbf{X}}_{mx}^t \mathbf{M}_m \dot{\mathbf{X}}_{mx} - \mathbf{X}_{mx}^t \mathbf{K}_m \mathbf{X}_{mx}) \\
&\quad + (\dot{\mathbf{X}}_{my}^t \mathbf{M}_m \dot{\mathbf{X}}_{my} - \mathbf{X}_{my}^t \mathbf{K}_m \mathbf{X}_{my}) \} dt \\
&= \int_{t_1}^{t_2} \sum_{m=0}^{\infty} \{ -\delta \mathbf{X}_{mx}^t (\mathbf{M}_m \ddot{\mathbf{X}}_{mx} + \mathbf{K}_m \mathbf{X}_{mx}) \\
&\quad - \delta \mathbf{X}_{my}^t (\mathbf{M}_m \ddot{\mathbf{X}}_{my} + \mathbf{K}_m \mathbf{X}_{my}) \} dt \dots\dots\dots (5)
\end{aligned}$$

ここで、 L_r は浮き屋根のラグランジュアン、 \mathbf{M}_m は質量行列、 \mathbf{K}_m は剛性行列、 \mathbf{X}_{mx} 、 \mathbf{X}_{my} は (4) 式右辺の、 x 、 y 方向加振に対して励起される節点変位成分を集めたベクトル、 $\ddot{\mathbf{X}}_{mx}$ 、 $\ddot{\mathbf{X}}_{my}$ は、それぞれ時間に関する 2 階および 1 階微分を表す。これらの両成分に関して質量および剛性行列は同じであり、剛性行列にはシールのばね定数が算入されている。

(3)、(5) 式を加え合せ、(2) 式の液圧を代入して単位法線ベクトルと面積要素を円筒座標で表し、地震加速度による慣性力とシールによる減衰力の浮き屋根 FEM (Finite Element Method) 要素への仮想仕事を考慮すると、次のようになる。

$$\begin{aligned}
& \rho_f \iiint_V \nabla^2 \phi \delta \phi dV \\
& - \rho_f \int_0^{2\pi} \int_0^h \left. \frac{\partial \phi}{\partial r} \right|_{r=a} \delta \phi|_{r=a} a dz d\varphi \\
& + \rho_f \int_0^{2\pi} \int_0^a \left. \frac{\partial \phi}{\partial z} \right|_{z=0} \delta \phi|_{z=0} r dr d\varphi \\
& - \rho_f \int_0^{2\pi} \int_0^a \left(\left. \frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + \frac{\partial \phi}{\partial z} \right|_{z=h-\bar{u}} + \left. \frac{\partial \phi}{\partial r} \right|_{z=h-\bar{u}} \frac{\partial \bar{u}}{\partial r} \right. \\
& \left. + \frac{1}{r^2} \left. \frac{\partial \phi}{\partial \varphi} \right|_{z=h-\bar{u}} \frac{\partial \bar{u}}{\partial \varphi} \right) \delta \phi|_{z=h-\bar{u}} r dr d\varphi \\
& + \sum_{m=0}^{\infty} \{ -\delta \mathbf{X}_{mx}^t (\mathbf{M}_m \ddot{\mathbf{X}}_{mx} + \mathbf{K}_m \mathbf{X}_{mx}) \\
& - \delta \mathbf{X}_{my}^t (\mathbf{M}_m \ddot{\mathbf{X}}_{my} + \mathbf{K}_m \mathbf{X}_{my}) \} \\
& + \rho_f \int_0^{2\pi} \int_0^a \left\{ \left. \frac{\partial \phi}{\partial t} \right|_{z=h-\bar{u}} - g \bar{u} \right. \\
& \left. + r \cos \varphi \ddot{f}_x(t) + r \sin \varphi \ddot{f}_y(t) \right. \\
& \left. + \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial \phi}{\partial r} \right)^2 + \left(\frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial \varphi} \right)^2 + \left(\frac{\partial \phi}{\partial z} \right)^2 \right]_{z=h-\bar{u}} \right\} \delta \bar{u} r dr d\varphi \\
& + \sum_{elem} \int_0^{2\pi} \int_0^{l_c} \rho_r h_r \\
& \times \{ [-\ddot{f}_x(t) \cos \varphi - \ddot{f}_y(t) \sin \varphi] \delta \bar{w} \\
& + [\ddot{f}_x(t) \sin \varphi - \ddot{f}_y(t) \cos \varphi] \delta \bar{v} \} r ds d\varphi
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \sum_{elem} \int_0^{2\pi} \int_0^{l_c} c_{scal} (\partial \bar{w} / \partial t) \delta \bar{w} r ds d\varphi \\
& - \rho_f \delta G \int_0^{2\pi} \int_0^a \frac{\partial \bar{u}}{\partial t} r dr d\varphi = 0 \dots\dots\dots (6)
\end{aligned}$$

(6) 式において、速度ポテンシャル、浮き屋根変位、任意時間関数の変分は、任意かつ独立であるから、これらの変分に関する係数が 0 となる条件が要求される。これらの要求条件が基礎方程式、境界条件を与える。すなわち、第 1 項は、液体内での連続条件を表すラプラス方程式：

$$\nabla^2 \phi = 0 \dots\dots\dots (7)$$

第 2、3 項は、剛と仮定されたタンクの側壁と底でその法線方向の流速が 0 になる境界条件：

$$\left. \frac{\partial \phi}{\partial r} \right|_{r=a} = 0, \quad \left. \frac{\partial \phi}{\partial z} \right|_{z=0} = 0 \dots\dots\dots (8)$$

第 4 項は、液体と浮き屋根の境界面で双方の法線方向の振動速度が等しい条件；第 6～14 行は、液圧を受ける浮き屋根の運動方程式；最後の項は、非圧縮性の仮定に基づく液体の体積一定条件を表す。

2.3 非線形常微分方程式の導出

変分原理 (6) 式をガレルキン法によって時間に関する常微分方程式に変換する。すなわち、未知量をモード関数で展開した形で表して (6) 式に代入することによって、展開係数 (未知の時間関数で一般化座標と呼ばれる) に関する非線形常微分方程式を導く。

まず、速度ポテンシャルを境界条件 (8) 式を満たすラプラス方程式 ((7) 式) の解として次のように表す。

$$\begin{aligned}
\phi(r, \varphi, z, t) = & \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \{ \dot{A}_{mnx}(t) \cos m\varphi \\
& + \dot{A}_{mny}(t) \sin m\varphi \} J_m(\lambda_{mn} r) \frac{\cosh(\lambda_{mn} z)}{\cosh(\lambda_{mn} h)} \\
& \dots\dots\dots (9)
\end{aligned}$$

ここで、 m は周方向波数、 n は半径方向次数、 \dot{A}_{mnx} 、 \dot{A}_{mny} はそれぞれ x 軸に関して対称および非対称なモード成分の一般化座標、 J_m は第 1 種ベッセル関数、 λ_{mn} は $dJ_m(\lambda r) / dr|_{r=a} = 0$ の n 番目の正根である。非線形性によって周方向波数 1 以外のモードも励起されるので、これらのモードを考慮した形に解を設定している。

次に、浮き屋根の固有モードを有限要素モデルの固有値問題 $[-\Omega^2 \mathbf{M}_m + \mathbf{K}_m] = 0$ (Ω は浮き屋根の、液体と接触しないときの固有角振動数) を解くことによって決定する。節点変位ベクトル \mathbf{X}_{mx} 、 \mathbf{X}_{my} は共通の固有ベクトルをもち、この p 次の固有モードの第 k 行を T_{mkp} とし、節

点変位ベクトルの第 k 行を次のようにモード展開した形に表す。

$$\begin{Bmatrix} X_{mxk}(t) \\ X_{myk}(t) \end{Bmatrix} = \sum_{p=1}^{\infty} \begin{Bmatrix} E_{mpx}(t) \\ E_{mpy}(t) \end{Bmatrix} T_{mkp} \quad \dots\dots\dots (10)$$

ここで E_{mpx} , E_{mpy} は一般化座標である。この一般化座標を用いて浮き屋根の任意位置、例えば、液体との界面での変位を次のように表す。

$$\bar{u}(r, \varphi, t) = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{p=1}^{\infty} \{ E_{mpx}(t) \cos m\varphi + E_{mpy}(t) \sin m\varphi \} S_{mp}(r) \quad \dots\dots (11)$$

ここで $S_{mp}(r)$ は、全体座標表示で決定された p 次の節点変位モードを補間のため要素座標に変換し、次に要素座標表示の節点変位の補間によって要素内の任意の位置での変位を求め、さらにその結果を全体座標に変換することによって決定される。 p は浮き屋根の半径方向モード次数に対応する。

(9)～(11)式を変分原理(6)式に代入する際、液面の非線形境界条件を表す(6)式の第4, 6項に表れる、速度ポテンシャルの項の界面 $z = h - \bar{u}$ 上での値は、 $z = h$ の周りにテイラー展開し(11)式を代入することによって算定する。このようにして被積分関数を一般化座標の代数的非線形関数(多項式)の形に表す。三角関数の周方向積分によって次のことが分かる。

- (1) 周方向波数 1 の一般化座標の変分に関する式に表れる非線形項は、周方向波数 1 の一般化座標 3 個の積、周方向波数 1 および 0 の一般化座標の積、周方向波数 1 および 2 の一般化座標の積などである。
- (2) 周方向波数 0, 2 の一般化座標の変分に関する式に表れる非線形項は、周方向波数 1 の一般化座標 2 個の積などである。

このような考察によって、第 2 近似解を得るためには周方向波数 0, 1, 2 のモードについて上述した積を考慮して方程式系を導けばよく、これらの方程式系は、各周方向波数 $m = 0, 1, 2$ について次の形に行列表示できる。

$$\bar{\mathbf{M}}_m \ddot{\mathbf{x}}_m + \bar{\mathbf{K}}_m \mathbf{x}_m = \delta_{m1} \ddot{\mathbf{f}}(t) + \mathbf{G}_m \quad \dots\dots\dots (12)$$

ここで、 \mathbf{x}_m は A_{mxx} , A_{mny} , E_{mpx} , E_{mpy} ($n, p = 1, 2, \dots$) を集めた列ベクトル、 $\ddot{\mathbf{f}}(t) \equiv \{\ddot{f}_x(t), \ddot{f}_y(t)\}^t$ は地震加速度ベクトル、 \mathbf{G}_m は非線形項を表す列ベクトルである。係数行列、非線形項の表記は省略する。非線形項は長い式となり、導出には多大の労苦を要する。

(12)式で、クロネッカのデルタ記号 δ_{m1} は、周方向波数 1 のモードのみが地震加速度によって直接励起される

ことを示す。ほかの周方向波数成分は非線形項を介して励起される。すなわち、非線形項 \mathbf{G}_m を考慮しない場合、各周方向波数 $m = 0, 1, 2$ に関する方程式は独立になり、右辺に加振項のある周方向波数 1 の成分のみが励起される。

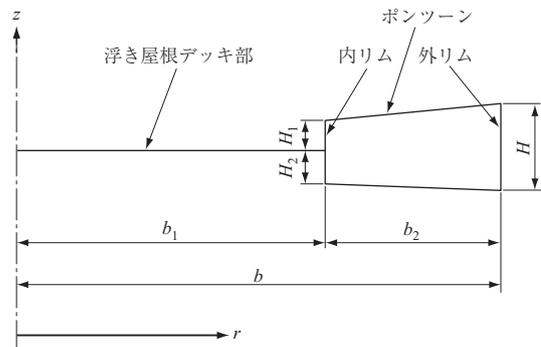
(12)式の右辺を 0 とした系の固有値解析によって定まる各周方向波数成分の固有振動数を ω_{mn} とする。 ω_{mn} は、低次モードでは浮き屋根がない場合のスロッシング固有振動数 ω_{mn}^S に近い値となる。

$$\omega_{mn} \cong \omega_{mn}^S = \{g\lambda_{mn} \tanh(\lambda_{mn}h)\}^{1/2} \quad \dots\dots (13)$$

今、地震加速度が ω_{11} に共振し、周方向波数 1, 半径方向 1 次の成分が $\sin\omega_{11}t$ 状に変動する場合を考える。固有振動数が ω_{0n} , ω_{2n} である周方向波数 0, 2 の成分は、非線形項 \mathbf{G}_0 , \mathbf{G}_2 によって励起される。これらの非線形項は前述のとおり、周方向波数 1 の一般化座標 2 個の積の形となるので、振動数 $2\omega_{11}$ の成分を含む。したがって、 $\omega_{0n} = 2\omega_{11}$, $\omega_{2n} = 2\omega_{11}$ の関係にあるとき内部共振が生ずることが分かる。内部共振はこのように、系内の状態変数によって表される非線形項の振動数が、あるモードの線形固有振動数に共振する現象である。次節では、このような非線形性に起因した内部共振による過大応力発生を、実機の一般形状に近い数値例題で確かめる。

3. 数値例題

数値例題に用いた 3 万 kl タンクの浮き屋根の形状を第 3 図に、計算諸元を第 1 表に示す。スロッシングの減衰効果は、(6)式の液圧項に $\mu\phi$ を付加し、定数 μ を(9)式で表される ϕ のモード成分ごとに $2\zeta_{mn}\omega_{mn}$ ($\zeta_{mn} = 0.01$) と与えることによって導入できる。加振加速度として、周方向波数 1, 半径方向 1 次のスロッシングモード(固有周期 7.02 秒)の共振点近くの 3 波正弦波



第 3 図 浮き屋根形状
Fig. 3 Floating roof geometry

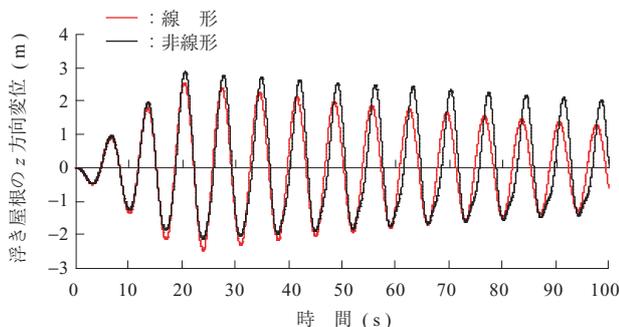
第 1 表 数値例題のパラメタ
Table 1 Numerical example parameters

項 目	単 位	パラメタ
タンクの半径 a	m	21.35
液位 h	m	21.75
液体の密度 ρ_f	kg/m ³	845
浮き屋根の外半径 b	m	21.2
浮き屋根デッキ部の半径 b_1	m	18.9
内リム上端のデッキからの距離 H_1	m	0.335
内リム下端のデッキからの距離 H_2	m	0.075
外リムの高さ H	m	0.71
デッキの勾配 $\tan^{-1}(dz/dr)$	度	0.002
ポンツーン上面の勾配 $\tan^{-1}(dz/dr)$	度	3
ポンツーン下面の勾配 $\tan^{-1}(dz/dr)$	度	-4.4
デッキの厚さ	m	0.004 5
ポンツーン上, 下面の厚さ	m	0.004 5
ポンツーンの外リムの厚さ	m	0.006
ポンツーンの内リムの厚さ	m	0.015
補剛材の半径座標	m	$2.75 + 3i (i = 0 \sim 4)$
補剛材の高さ	m	0.1
補剛材の幅	m	0.2
補剛材の厚さ	m	0.004 5
浮き屋根の密度	kg/m ³	7 850
浮き屋根のヤング率	N/m ²	2.1×10^{11}
浮き屋根のポアソン比	-	0.3
シールのばね定数 k_{seal}	N/m	86 000
シールの減衰定数 c_{seal}	Ns/m	5 000

(注) 石油タンク容量: 30 000 kl

加振 $\ddot{f}_x(t) = 0.16 \sin \omega t$ ($0 \leq t \leq 6\pi/\omega$, $\omega = 1.05\omega_{11}$) を x 方向に作用させた。

第 4 図に, ポンツーン下面の外周 (r, φ) = ($b, 0$) での浮き屋根の鉛直方向変位を示す。この図は, 後ほど示す応力の応答がどの程度の浮き屋根変位に対して生じるかを見るための図である。第 4 図において, 非線形解析では $+z$ 方向への変位振幅の方が $-z$ 方向への変位振幅より大きくなり, その結果 $+z$ 方向への最大変位が線形解析結果より



第 4 図 ポンツーン下面の外周での浮き屋根の z 方向変位の応答
Fig. 4 Response of z directional floating roof displacement at outer end of bottom of pontoon

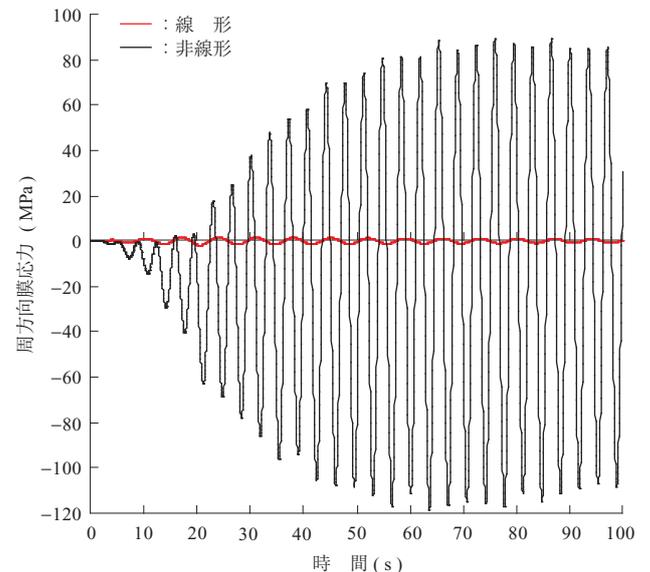
大きくなることが確かめられる。

第 5 図に, ポンツーン下面の外周 (r, φ) = ($b, 0$) での周方向膜応力の応答を示す。この膜応力は, 第 2 図のようにシェル要素の厚さ方向座標を ζ として, シェルの両面 $\zeta = \pm h_r/2$ (h_r : 厚さ) での応力の平均値として算出している。第 5 図から, 応力は線形解析ではほとんど 0 であり, 応力の非線形応答は線形応答を大きく上回る事が分かる。すなわち, 線形解析では応力の過小評価となる。このように非線形性によって大きな応力が発生する理由を, 2 章最後に述べた内部共振の観点から調べる。

第 2 表に, (12) 式の右辺を 0 とした系の固有値解析によって定まる固有振動数 ω_{mn} を示す。

$$\omega_{02} = 2\omega_{11}, \quad \omega_{22} = 2\omega_{11} \dots \dots \dots (14)$$

の関係が成立し, ω_{02} と ω_{22} のモードが内部共振状態に



第 5 図 ポンツーン下面の外周での周方向膜応力の応答
Fig. 5 Response of circumferential membrane stress at outer end of bottom of pontoon

第 2 表 浮き屋根のスロッシングと連成時の固有振動数 $\omega_{mn}/2\pi$ (Hz)

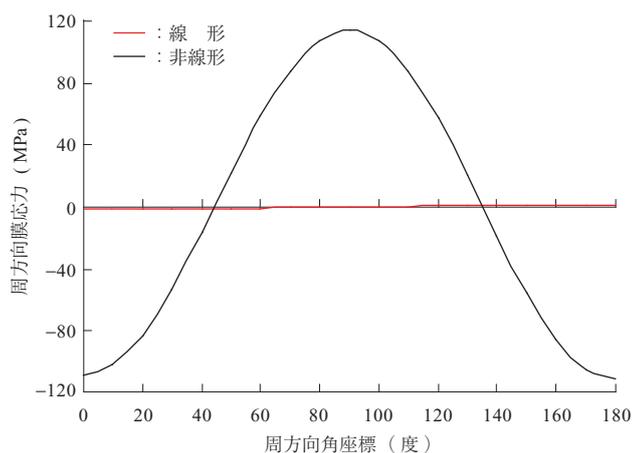
Table 2 Eigenfrequencies $\omega_{mn}/2\pi$ (Hz) of floating roof linked with sloshing

n	m		
	0	1	2
1	0.210 6	0.142 5	0.193 0
2	0.287 4	0.248 6	0.286 3
3	0.354 4	0.319 0	0.356 5
4	0.426 0	0.387 1	0.432 2

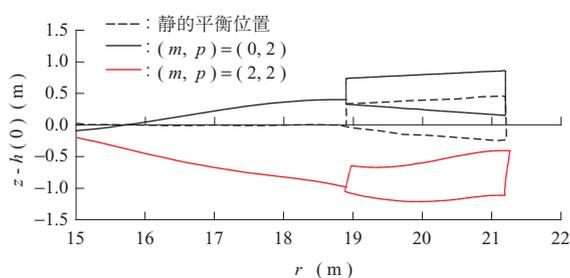
(注) n : 半径方向次数
 m : 周方向波数

あることが分かる。そこで、どちらのモードの内部共振に起因して非線形性による過大応力が生じるのか明らかにするため、応力の周方向分布を調べた。第6図に、応力が大きくなった時間（線形の場合には21秒、非線形の場合には60秒）での応力の周方向分布を示す。第6図から、線形応答では周方向波数1のモードのみであるのに対し、非線形の場合には、周方向波数2のモードが大きく励起され、過大応力の原因は、 ω_{02} ではなく ω_{22} のモードの内部共振にあることが分かる。

このように ω_{02} ではなく ω_{22} のモードの内部共振が重大である理由について調べるため、 ω_{02} 、 ω_{22} のモードに寄与する浮き屋根の固有モード、すなわち(10)、(11)式における $(m, p) = (0, 2), (2, 2)$ の浮き屋根の固有モードの、ポンツーン近くの変位モードを第7図に示す。 ω_{02} のモードに寄与する浮き屋根の固有モードでは、ポンツーン($r \geq 18.9$ m)とその近くはほとんど変形していないが、



第6図 ポンツーン下面の外周での周方向膜応力の周方向変化
Fig. 6 Circumferential variations of circumferential membrane stress at outer end of bottom of pontoon



(注) z : 鉛直方向の座標 (第1図)
 h : 液の深さ (第1図)
 m : 周方向波数
 p : 半径方向次数

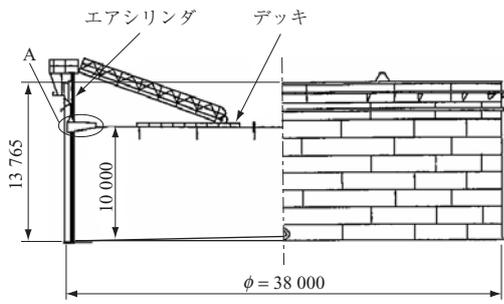
第7図 浮き屋根のポンツーン付近の固有振動モード
Fig. 7 Eigenmodes of floating roof near pontoon

ω_{22} のモードに寄与するモードでは著しく変形して大きな応力を生じさせていることが明らかである。この理由は、ポンツーンの構成要素のうち円筒シェルであるリムが、周方向波数0のモードでは軸対称変形であるため高い剛性をもつが、周方向波数2のモードではポンツーンの円環としてのねじれ剛性が低く、ねじれ変形することにある。このように、単なる振動数の共振関係(14)式が満たされるだけでなく、内部共振を受けるモードが高い応力を発生する柔軟なモードである場合が生じ得ること、また、このような場合に応力の非線形応答が線形解を大きく上回り、線形解析では過小評価になるという問題が生ずることが、本研究で見いだされた注意すべき点である。

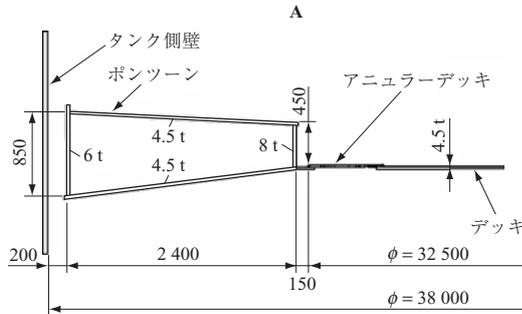
非線形性による内部共振について注意すべき点は、第5図のように、線形応答より大きな振動が長く持続することである。これは、周方向波数1、半径方向1次のモードのみを含む線形応答が3波共振の正弦波加振が終了した21秒以降徐々に減衰するのと対照的である。この原因は、固有振動数 ω_{22} のモードの励起源となっている周方向波数1のモードの2次非線形項が、3波共振の正弦波加振の終了後もスロッシングの微弱減衰によって長く持続し、固有振動数 ω_{22} のモードが振動数 $2\omega_{11} \cong \omega_{22}$ の共振正弦波加振を受け続けることにある。このように、非線形による内部共振が生じると、応力は、振幅が大きくなるだけでなく、振幅の持続時間が、持続の短い3波正弦波地震入力に対しても非常に長くなる。

4. 実機浮き屋根の揺動実験結果と理論との比較

消防研究センターが実施した15 000 kL石油タンクのシングルデッキ型浮き屋根の揺動実験⁽⁶⁾に関する主要諸元を、第8図および第3表に示す。揺動実験では、エアシリンダによってポンツーン部に鉛直方向加振力を徐々に与え、5分程度で約0.8 mまで揺動振幅を成長させた後、自由振動させて、ポンツーンの変位(波高)や外リム部のひずみを測定している。外リム下部の周方向応力の波高による変化を調べ、本解析と比較した結果を、第9図に示す。解析では、ポンツーンのような箱型構造の曲げに対する一般的設計手法である圧縮側断面の剛性を低下させた有効断面係数による補正を行っている。解析は、実験とはほぼ一致することが確認できる。従来の研究のように非線形性を省略すると、本非線形解析の1/10以下に応力を過小評価し、補正を行っても実験結果を説明できないことから、本非線形解析の重要性が確認できる。



第 8 図 揺動実験に用いた浮き屋根式タンクの寸法 (単位: mm)
 Fig. 8 Dimensions of floating roof tank used in sloshing experiment (unit: mm)

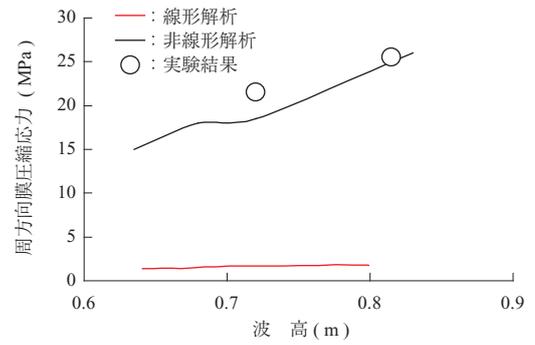


(注) t: 板厚

第 3 表 揺動実験のパラメータ
 Table 3 Experiment parameters

項 目	単 位	パラメータ
タンクの半径 a	m	19.0
液位 h	m	10.0
液体の密度 ρ_f	kg/m ³	1 000
浮き屋根の外半径 b	m	18.8
浮き屋根デッキ部の半径 b_1	m	16.4
内リム上端のデッキからの距離 H_1	m	0.45
内リム下端のデッキからの距離 H_2	m	0.0
外リムの高さ H	m	0.85
デッキの勾配 $\tan^{-1}(dz/dr)$	度	0.002
ポンツーン上面の勾配 $\tan^{-1}(dz/dr)$	度	4.05
ポンツーン下面の勾配 $\tan^{-1}(dz/dr)$	度	-5.47
デッキの厚さ	m	0.004 5
ポンツーン上, 下面の厚さ	m	0.004 5
ポンツーンの外リムの厚さ	m	0.006
ポンツーンの内リムの厚さ	m	0.008
補剛材	-	-
浮き屋根の密度	kg/m ³	7 850
浮き屋根のヤング率	N/m ²	2.1×10^{11}
浮き屋根のポアソン比	-	0.3
シールのばね定数 k_{seal}	N/m	86 000
シールの減衰定数 c_{seal}	Ns/m	5 000

(注) タンク容量: 15 000 kl



第 9 図 ポンツーン下面の外周での周方向膜応力に関する実験結果と非線形解析結果との比較
 Fig. 9 Comparison between nonlinear analysis and experimental results for circumferential membrane stress at outer end of bottom of pontoon

5. 結 言

スロッシングの非線形性を考慮して浮き屋根の振動解析を行い、非線形性を省略した線形解析と比較することによって、ポンツーンでの応力の非線形応答が線形解を大きく上回ることを示した。したがって、応力の過小評価を避けるためには非線形性の考慮が必要である。非線形性による応力増大の原因は、単に非線形性に伴う内部共振にあるのではなく、内部共振を受けるモードが高い応力を発生する周方向波数 2 のモードであることに基づく。このような内部共振が生じると、応力は、振幅が大きくなるだけでなく、振幅の持続時間が、持続の短い 3 波正弦波地震入力に対しても非常に長くなる。

解析の妥当性を確認するため、消防研究センターが実施した 15 000 kl 実機タンクの揺動実験結果と比較した。この結果、スロッシングの非線形性を考慮した場合の応力値 (有効断面係数による補正值) は実験結果にほぼ一致し、提案手法の妥当性が確認された。

— 謝 辞 —

本研究で用いた実機タンクの揺動実験の情報 (寸法や変位, ひずみ・応力) を, 総務省消防庁消防大学校消防研究センターの西晴樹博士からご提供いただきました。ここに記し, 深く感謝の意を表します。

参 考 文 献

- (1) 近藤尚夫: 浮き屋根の上下自由振動解析 日本機械学会論文集 第 44 巻 第 380 号 1978 年 4 月 pp. 1 214 - 1 223
- (2) 坂井藤一, 西村正弘, 小川 浩: 浮き屋根式石油貯

- 槽のスロッシング性状に関する研究 川崎重工技
報 第 74 号 1980 年 4 月 pp. 60 - 66
- (3) 松井徹哉：浮屋根式円筒液体貯槽の地震時スロッシング応答の解析解 日本建築学会構造系論文集 第 594 号 2005 年 8 月 pp. 167 - 173
- (4) 松井徹哉：シングルデッキ型浮屋根を有する円筒液体貯槽の地震時スロッシング応答 日本建築学会構造系論文集 第 607 号 2006 年 9 月 pp. 101 - 108
- (5) 三浦正博, 菊池 務, 米川 太, 人見光夫：浮き屋根式タンクのスロッシングシミュレーション 出光技報 第 47 卷 第 3 号 2004 年 pp. 62 - 70
- (6) 西 晴樹：地震時における石油タンク浮き屋根の揺動と安全性に関する研究 横浜国立大学博士論文 2008 年 3 月 pp. 117 - 155

