

主成分分析を用いた形状表現法と形状最適化に関する研究

Study of Shape Design via Principal Component Analysis and its Optimization

渡 邊 修 技術開発本部 R&D テクノセンター解析技術部 主査
米 倉 一 男 技術開発本部 R&D テクノセンター解析技術部
久 保 世 志 技術開発本部 R&D テクノセンター解析技術部

形状最適化を実施する場合には一般的に、あらかじめ設定した設計パラメタによってパラメトリックに値を変化させることで形状を表現し、最適化計算を実施している。しかし、設計パラメタのとり方によっては自由な形状を表現できないことで、最適形状を見いだせない可能性がある。そこで、より自由度の高い形状を表現することができるように、主成分分析を用いた新たな形状表現法を提案する。また筆者らが提案している総合的設計管理手法 (TDM: Total Design Management) と形状表現法を用い、タービン翼で使用されるフィルム冷却孔の形状最適化を実施した事例を紹介する。

Generally, the design of a shape is expressed by a combination of design parameters such as length and angle, and the optimal shape is investigated according to some optimization method. By using a general parameterization method, the expressibility of the optimal design is constrained by how design parameters are selected, possibly making the optimal design too difficult to find. In this paper, a new shape parameterization method using principal component analysis is proposed so as to express the shape with a greater degree of freedom. Also, an example of shape optimization for film cooling holes in turbine blades using the proposed parameterization method and TDM is introduced.

1. 緒 言

近年コンピュータ技術の発達によって、FEM (有限要素法: 構造解析) や CFD (数値流体解析) に代表される CAE (Computer Aided Engineering) 技術を用いた形状最適化が活発に実施されている。CAE で形状最適化を実施する場合、多数の数値解析を実施する必要がある。より迅速かつ広範囲に最適化の検討を行うには、解析技術の省力化や自動化による効率改善が必要である⁽¹⁾。一方、複雑な形状を表現するためには、多くの設計パラメタが必要になり、それに応じて必要な計算量も膨大となってくるため、解析技術の効率改善のみでは限界がある。そのため、現実的な計算時間に収めるためには計算量を少なくする別の工夫が必要になってくる。その解決策の一つの方法として、実験計画法と応答曲面法を組み合わせ、少ない解析回数で近似的に各形状のもつ性能を評価し、最適形状を得るといったものがある。もちろん、さらにコンピュータ技術が発達することによって、実験計画法と応答曲面法の組み合わせを直接各形状の CAE 解析に置き換えてもよい。

また、計算量を少なくする別の手法として、設計パラメタの数を減らすという方法も考えられる。多数の設計パラメタが存在しても、評価したい性能に感度があるパラメタ

の数は限られるので、性能に影響を及ぼさないパラメタは固定することによって、パラメタ数を減らすことができる。また、次元削減と呼ばれる数学的な手法を用いることによって設計パラメタ数を低減させることができるが、本研究での形状作成はこの手法を用いている。

パラメタを設定し形状を変化させ、形状を最適化する方法は各種存在し広く利用されている。筆者ら⁽²⁾は、設計パラメタ全範囲の解を最初にもっておき、そのなかから条件を満たす解を選択する TDM (Total Design Management) を提案している。パラメタを設定する形状最適化では、パラメタを設計範囲内で任意に変位させ、その形状のもつ性能を評価することによって、最適な性能をもつパラメタの組み合わせを探索していく。複雑な形状になるほど形状を形成する独立パラメタの数が増えていくが、パラメタ数が多くなると評価する数が膨大になる。このため、パラメタの数は少ない方が望ましい。また、長さや角度などを基にするパラメタを使用した形状は生成できる形状に限界があり、必ずしも最適な形状を見いだすことはできない。

本研究で提案する形状表現法は、主成分分析を用いた新たな手法である。あらかじめ代表的な幾つかの形状を収集し、その形状に主成分分析をかけることによって、その形

状に含有する特徴的なパラメタを見いだす。そしてそのパラメタを設計パラメタとして新たに設け、特徴量の線形和をとることによって新たな形状を生成するものである。このとき、主成分分析によって得られたパラメタは、低次の幾つかのパラメタで大部分の形状を作成することができる。このため、より高次のパラメタを無視することによって、設計パラメタ数を減らすことができる。また、設計パラメタは、長さや角度などを基にしない新たなパラメタを設定することによって、より広範囲な形状を生成できる可能性があり、最適な形状を見いだす可能性が広がる。

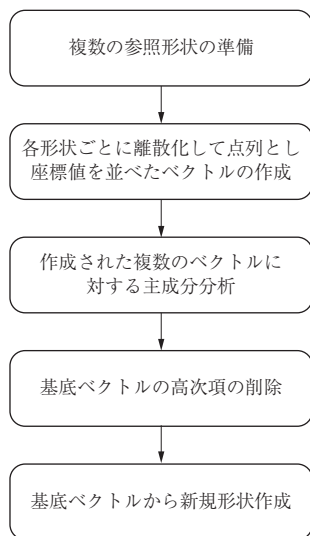
本稿では、主成分分析を用いた形状表現法と TDM との組み合わせが、最適な形状を見いだす手法として有効であることを述べる。

2. 検討方法

2.1 主成分分析を用いた形状表現

本研究では形状を表現する設計パラメタとして、主成分分析によって得た新たなパラメタを導入する⁽³⁾。あらかじめ用意した形状に対し、主成分分析によって相関をとることで新たな形状パラメタを得るとともに、相関の強い成分のみを使うことで、パラメタ数の削減も行う。

主成分分析を実施する方法は幾つかあるが、ここではスナップショット POD (Proper Orthogonal Decomposition)⁽⁴⁾によって計算を実施する。主成分分析による形状表現の概要を第 1 図に示す。最初に、あらかじめ準備した n 個の形状 $\{\phi_i(i = 1, \dots, n)\}$ を与える。 ϕ_i は i 番目の形状を構成する離散点列の集合である。 ϕ_i の平均量を次のように表す。



第 1 図 主成分分析による形状作成

Fig. 1 Flow chart of shape design by principal component analysis

$$ave(\phi_i) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \phi_i \dots\dots\dots (1)$$

また各 ϕ_i から平均量を引いた量を定義する。

$$\hat{\phi}_i = \phi_i - ave(\phi_i) \dots\dots\dots (2)$$

次にテンソル P を $\hat{\phi}_i$ の内積として定義する。

$$P_{ij} = \langle \hat{\phi}_i, \hat{\phi}_j \rangle \dots\dots\dots (3)$$

そして P の固有値 λ_l と固有ベクトル v_l を次のように計算する。

$$Pv_l = \lambda_l v_l \dots\dots\dots (4)$$

ここで固有値は大きい順に並んでいるものとする。 i 次の主成分 ψ_i を以下のように定義する。

$$\psi_i = \sum_j v_{ij} \hat{\phi}_j \dots\dots\dots (5)$$

ここで v_{ij} はベクトル v_j の i 次の要素を示す。

i はノルム $\|\psi_i\|$ が大きい順になるように並べる。基底ベクトルとして ψ_i を使うことによって、形状 Φ は次のように表現できる。

$$\Phi = \left\{ \phi \mid \phi = \sum_i^{n-1} \alpha_i \psi_i + ave(\phi_i), \alpha_i \in \mathfrak{R} \right\} \dots (6)$$

ここで α_i はパラメタである。基底ベクトルに特定のパラメタを乗じ合わせることで基の形状を完全に再現できる。またパラメタを自由に設定することで、基の形状を変化させた形状を生成することができる。

$\|\psi_1\| \geq \|\psi_2\| \geq \dots \geq \|\psi_n\|$ であるので、 ψ_j は $\psi_i (i < j)$ よりも形状に影響を与える度合いが小さくなる。このことを利用してパラメタの数を減らすために、形状に影響を与える度合いが小さい高次項を省略した形状 Φ^{red} を生成する。

$$\Phi^{red} = \left\{ \phi \mid \phi = \sum_{j=1}^N \alpha_j \psi_j + ave(\phi_j), \alpha_j \in \mathfrak{R} \right\} \dots (7)$$

ここで N は主成分 ψ_i を 1 次から高次項を省略する前までの個数である。

N を決めるために、基底ベクトルの寄与率 d_i と累積寄与率 D_i を定義する。

$$d_i = \frac{\|\psi_i\|}{\sum_{j=1}^n \|\psi_j\|} \dots\dots\dots (8)$$

$$D_i = \sum_{j=1}^i d_j \dots\dots\dots (9)$$

使用する主成分の数 N は、 d_i と D_i を用いて決定する。

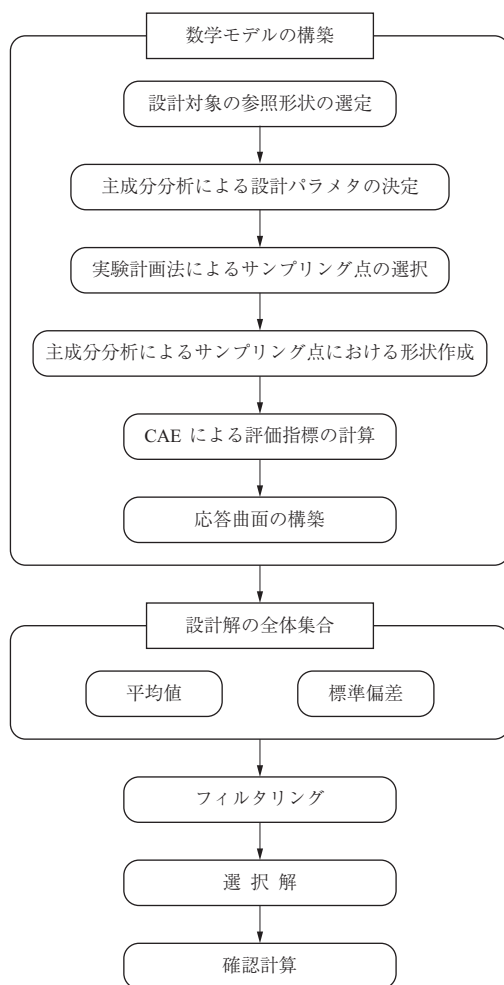
選択の方法は下記のように幾つか考えられる。

- (1) 寄与率 d_i を大きい順から並べたとき、 d_i がある値以上になるように設定
- (2) 累積寄与率 D_i がある値以上になるように設定
- (3) 計算開始時に N を固定

本研究では(2)を選択した。主成分の数を減ざると基の形状を完全には表現できなくなるが、再現性の度合いは D_i によって見積もることができる。最適化を実施する際には基の形状を表現することはあまり意味をもたないため、再現性が低いことは問題とはならない。それよりも多くの形状を評価し、探索することの方が重要である。

2.2 TDM を用いた最適化

本研究では TDM のセットベースドデザインの考え方を導入する(第2図)⁽²⁾。セットベースドデザインでは、まず設計対象をあらかじめ数学モデル化し、そのモデルから設計解の全体集合を作成しておく。次にフィルタリングと呼ばれる制約条件や性能を満足する解を選択していくことで、最適解を得る。



第2図 TDM におけるセットベースドデザイン
Fig. 2 Flow chart of TDM using set based design

数学モデルは設計パラメタを評価指標に変換する数式群である。本研究では主成分分析によって得られた設計パラメタを評価指標に変換することを考え、評価指標は CAE と応答曲面の活用によって得られるものとする。はじめに設計対象の参照形状から主成分分析によって、形状形成に寄与する設計パラメタを抽出する。次に抽出した設計パラメタを実験計画法によって、CAE で解析を実行するサンプル点を決める。サンプル点に従い CAE によって解析を実行した後、設計パラメタ全範囲で評価指標を表現できる数式を応答曲面法によって作成し、これを数学モデルとする。

設計解の全体集合の作成は、応答曲面を用いて、設計パラメタが取り得る全範囲を計算することによって得る。全設計解からフィルタリングを実行して抽出された選択解がここで求める最適解に相当する。選択解が多くある場合には、さらに条件を狭めればよい。応答曲面を使用した解の抽出は誤差を含んでいるので、最終的には CAE を用いて確認計算を実施する。

3. 提案手法適用例

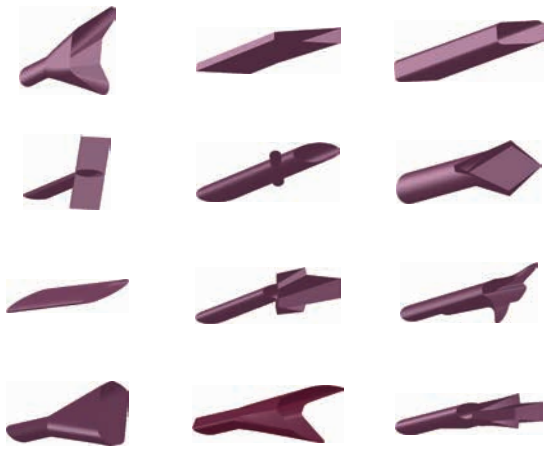
3.1 概要

提案手法の適用例として、ガスタービンやジェットエンジンのタービン翼の冷却に使われるフィルム冷却のための冷却孔の最適化を実施する。

燃焼器の直後に配置されたタービン部は燃焼ガスの熱い気体を受けるので、翼の高温耐性が必要である。エンジン全体の効率を上げるためにはタービンの入口温度を上げる必要があり、高温に耐える材料開発や翼表面のコーティングの研究開発も活発に行われているが、材料関係の技術だけでは翼の耐久性を保持できない。そこで能動的に翼を冷却する必要がある。一般的に使われている翼表面を冷却する方法としてフィルム冷却があるが、これは翼表面上に小さな孔を設け、コンプレッサ部から燃焼器をバイパスさせた冷却空気を翼表面上の孔から流すことで、翼表面を冷却させようというものである。翼に開けられている孔の形状によって冷却性能が変化し、少ない冷却空気量で大きな冷却性能を生むフィルム冷却孔の開発が望まれている。

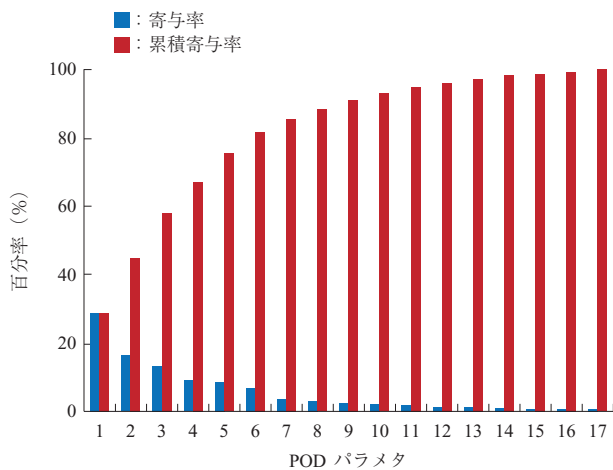
3.2 手法の適用

主成分分析を用いて形状生成するため、その基形状を 18 種用意した。その一部を第3図に示す。使用した基形状は性能が良いとされるのみならず、パラメタになりそうな種類の形状も混ぜてある。



第3図 形状生成のための基形状例
Fig. 3 Examples of reference shapes for cooling hole

18個の基形状から主成分分析を実施した。主成分のPODパラメタの寄与率を第4図に示す。図に示された累積寄与率を参考に低次のものから五つ取り出し、形状を表現するパラメタとした。このとき五つのパラメタの累積寄与率は約75%である。以後これをPODパラメタと呼ぶ。この五つのパラメタで表される形状変数値を線形和し、新たな形状を定義する。五つのパラメタを使用し、新たな形状を作成した例を第5図に示す。



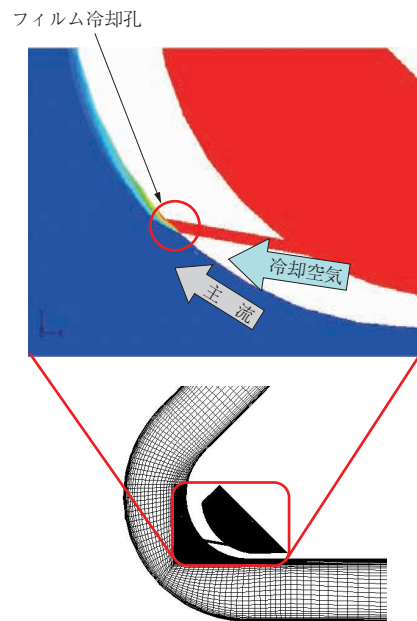
第4図 PODパラメタの寄与率
Fig. 4 Contribution ratio of POD parameter



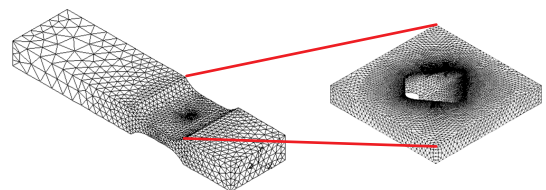
第5図 新規形状作成例
Fig. 5 Examples of creating new shapes

次に最適化検討を実施するため、評価する指標としてフィルム冷却効率に代表される流力的な指標とフィルム孔に発生する最大応力に代表される構造的指標を用いた。流力的指標はCFDを用い、構造的指標はFEMを用いて結果を得た。CFD解析(第6図)は流路に一つフィルム冷却孔を設け、圧縮性空気を仮定した定常流計算として実施した。翼の負圧面に冷却空気を注入していることを模擬している。構造解析(第7図)は、試験片を加振した状態を模擬し、最大応力を求めることで行った。解析に使用する形状は五つのPODパラメタをL36の直交表に割り付けることでパラメタの組み合わせを得て、そのパラメタから主成分分析を用いた形状を生成した。評価指標を求めるため、CFD、FEMの36種の結果を基に応答曲面を作成した。

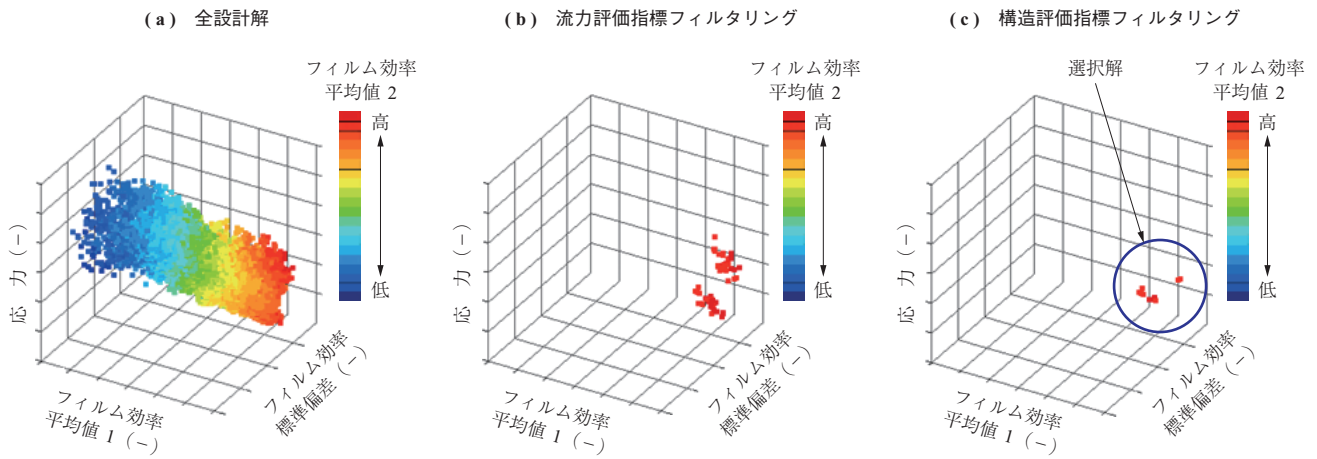
設計パラメタであるPODパラメタをランダムにとり、応答曲面から10000個の全設計解を生成し、流力評価指標、構造評価指標でフィルタリング(第8図)によって解の絞込みを行った。フィルタリングを行った結果、第9図に示すように主として2種類の形状を示すPODパラ



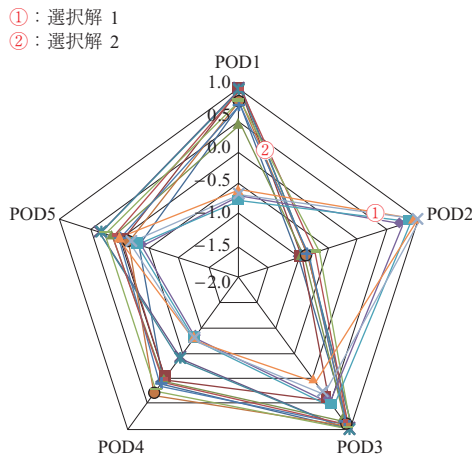
第6図 CFDの計算格子と冷却孔付近の解析結果例
Fig. 6 Computational grid for CFD and example of results in the vicinity of a cooling hole



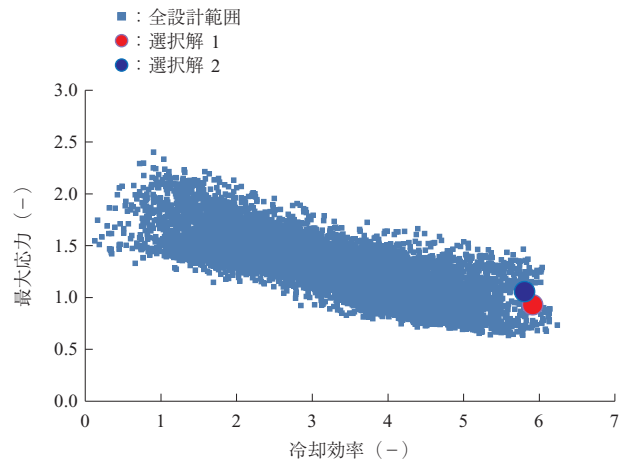
第7図 FEMの計算格子
Fig. 7 Computational grid for FEM



第 8 図 フィルタリングによる解の絞り込み
Fig. 8 Filtering process

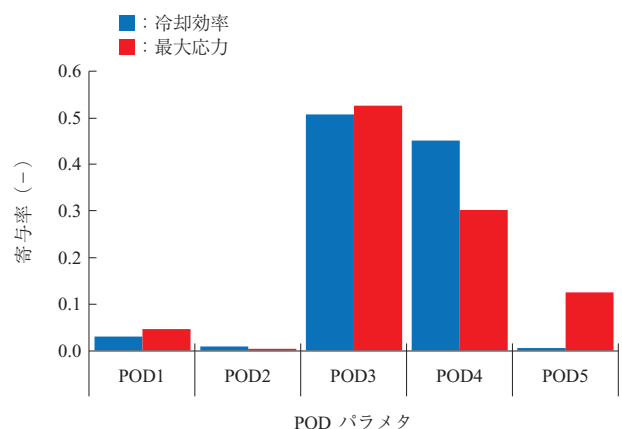


第 9 図 フィルタリングの結果
Fig. 9 Result of filtering



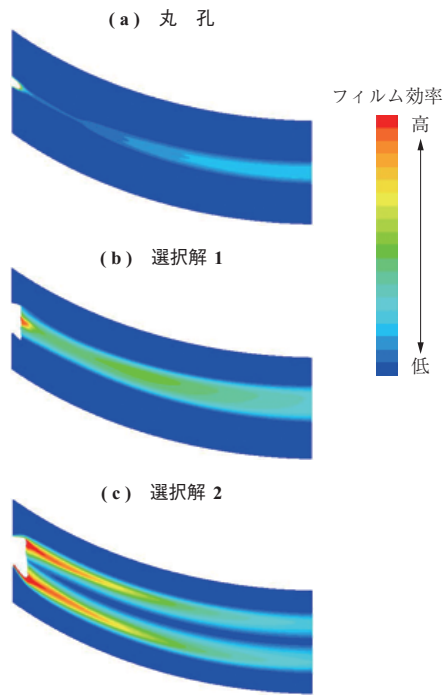
第 10 図 全設計解とフィルタリングによる選択結果
Fig. 10 All design solutions and the selected solution

メタの組み合わせが抽出された。POD パラメタは、 -1 から 1 で規格化してある。この二つの解を以後、選択解 1、選択解 2 とする。第 10 図に全設計解とフィルタリングによる選択結果を示す。図は全設計解と選択解を代表的な評価項目である冷却効率と最大応力を示す。図の値はフィルム冷却孔の基本的な形状の丸孔の性能で規格化してある。図では右下にいくほど性能が良いことを示すが、選択解は性能が良いことを示している。図で最右下端になっていないのは、この図の軸に示していないほかの評価指標でも評価しているためである。第 11 図に五つの POD パラメタの冷却効率と最大応力に対する寄与率を示す。今回の適用例では POD パラメタの POD3 と POD4 の寄与率が大きく、さらに POD パラメタを減少させて形状最適化を実施できる可能性がある。さらに選択解に対して確認計算を実施し、フィルム冷却効率分布を求めたものを第 12 図



第 11 図 各 POD パラメタの寄与率
Fig. 11 Contribution ratio of each POD parameter

に示す。丸孔のフィルム効率と比較すると、選択解は効率が良いことが分かる。



第 12 図 フィルム冷却効率分布
Fig. 12 Distribution of film cooling efficiency

4. 結 言

主成分分析を用いた形状表現法を提案し、この方法が最適化検討に適用できることを示した。提案した形状表現法は比較的少ない設計パラメタ数で幅広く形状を表現でき、既存の設計パラメタでは表現できない形状も生成できる可能性がある。この形状表現法と TDM を組み合わせることによって、多くの種類の最適化検討が実施できると考え

られる。適用例として、フィルム冷却孔形状の最適化を実施し、従来よりも良い性能をもつ形状を見いだせることを示した。

— 謝 辞 —

研究を実施するに当たり、航空宇宙事業本部大北洋治氏、仲俣千由紀氏、仁田耕造氏には多大な協力をいただきました。ここに記し、深く感謝いたします。

参 考 文 献

- (1) 静谷 健, 久保世志, 渡邊 修: 最適設計のための CAE 省力化技術 IHI 技報 第 50 巻 第 4 号 2010 年 12 月 pp. 46 - 52
- (2) 呉 宏堯, 森 初男, 渡邊 修: 統合的設計管理手法に関する研究 IHI 技報 第 50 巻 第 1 号 2010 年 5 月 pp. 27 - 38
- (3) K. Yonekura and O. Watanabe: A Shape Parameterization Method using Principal Component Analysis in Application to Shape Optimization ASME Journal of Mechanical Design 投稿中
- (4) L. Sirovich: Turbulence and the dynamics of coherent structures I-Coherent structures II-Symmetries and transformations III-Dynamics and scaling Quarterly of Applied Mathematics Vol. 45 No. 3 (1987. 10) pp. 561 - 571, 573 - 590