「日の出」のお話

技術開発本部
小野塚 正一

「日出る処の天子，日没する処の天子に書を致す．恙無きや，云云（日出處天子致書日沒處天子無恙云云）．」西暦 607 年，遣隋使が携えた国書は，高らかに日本の立場を表明しました．日本人誰しもの心に響く文書です．

東の国日本の天子が，西の国隋の皇帝に「恙無きや」とご挨拶なのですが，ここでは日出る国の日の出について，1 年の変化を考えてみましょう．基本は幾何の計算ですが，モデル設定の一部に物理の重要な原理を含みます．私自身が長年，引っかかっていた，“地球の運動と日の出”について，勝手な蘊蓄のご披露です．

これまでにどれだけの日の出をご覧になりましたか．多くの方は，存外，数えるほどしかご覧になっていないのではないですか．ビルの谷間に差し込む朝日，見はるかす屋根越しの太陽，地球規模では，水平線越し，地平線越しの日の出，雲海から，山の端から顔を出す御来光，飛行機の小さな窓から差し込む朝日，いろいろです．

その昔，年頭の初出勤，大先輩と連れ立って最寄りの門前仲町駅から豊洲に向かうなかでの会話です．先輩「今時，日の出が一番遅いので，朝，起きて家を出るのがしんどいよな．」私，「冬至を過ぎてもう 15 日にもなるのに，変なこと言うなあ．ぶつぶつ．」

日の出時刻のことなど，それまで考えたことがありませんでした，私は，なあーんにも知らなかったんです．冬至，夏至，春分，秋分の意味，地球の運動，そして日の出．そう，日の出が一番遅いのは冬至じゃあないんです．

昭和 48 年の交通安全標語です．「せまい日本　そんなに急いで　どこへ行く」当時の空気を映して，少し自虐の「日本は狭い」という表現が選ばれた理由の一つでしょう．ですが本当は，これで日本は結構広いのです．一時期，呉の造船所に勤務したことがありましたが，呉は東京より日の出／日の入りが 30 分も遅いので，7 月の転勤直後は，少なからず戸惑ったものでした．5 時の終業を過ぎても海からの真夏のギラギラで，何とも眩しく暑苦しかったものです．標準時基点の明石が東経 135°，東京が 139.74°，そして呉が 132.57°，東京と呉では経度差が 7.17 度あるんです．日本の東端は東京都の南鳥島で東経 153°59′，西端は沖縄県与那国島の 122°56′，31 度 03 分

初日の出（湘南海岸　2016 年 1 月 1 日　中村寿夫氏撮影）

(2 時間 4 分) も違います．北海道から九州まで 4 島を辿れば，納沙布岬の東経 145°49′，北緯 43°22′ から，鹿児島県佐多岬の 130°39′ と 31°00′ まで，地球の丸みをなぞるとその距離はおおよそ 1 940 km にもなり，北極から赤道までの距離の 5 分の 1 なのです．

日本も広いなと認識頂いたところで，計算の準備です．

最初に，日の出の定義です．太陽の上端が地平線，水平線を越え，その姿を見せ始める瞬間が日の出で，日の入りはその反対です．太陽光が地表をさっと照らし始める，逆に闇が辺りを包む，納得できる定義です．観測者の立場に立てば，見渡しの限界は，球体，実際は微妙に楕(だ)円体ですが，地球に接する観測者を含む平面です．これより上を視界として，日の出／日の入りは，太陽の端部が視界に入る瞬間です．

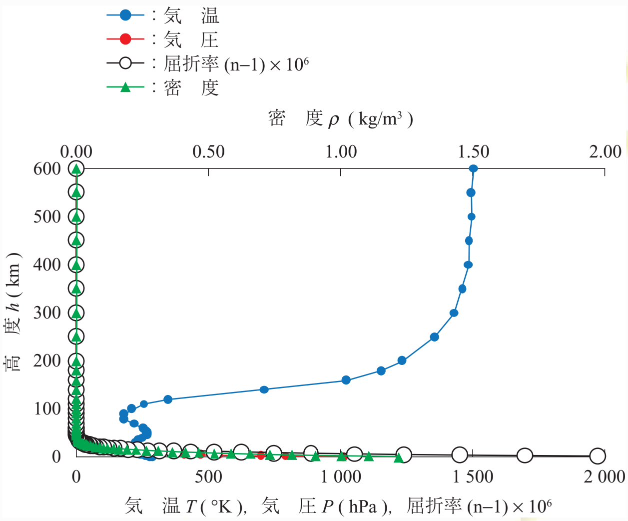
翻って遠方より地球を見れば，太陽に向いた側半分が太陽光に照らされて昼，残る半分が影の夜で，昼夜の境界が日の出／日の入りに当たります．

そしてさらにもうひとつ，実はこれが今回のもう一つの主題なのですが，日の出／日の入りに影響する因子に，光が空気層で屈折して曲がる“ 大気差 ”があるのです．宇宙空間では直進する光ですが，地球の大気圏に突入すると，空気の抵抗で急減速され押し曲げられるのが大気差です．地表近くに見える星が縦長に歪んで見えるのは大気差が原因です．光には，「 最短時間で目標に到達する経路をとる 」という性質があり，水中に射し込む光が水面で屈折し折れ曲がるのはこの性質によるのですが，日の出の光も大気の中を水平線を回り込むように曲がり進むのです．

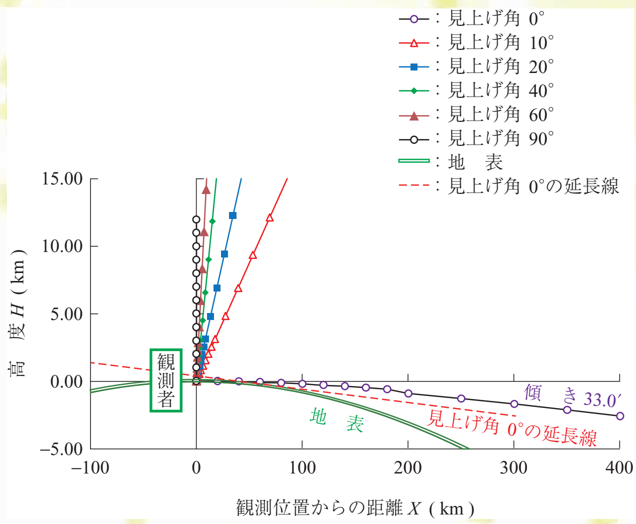
結果，地表に立つ観測者は，接平面に顔を出す前の太陽を目にしてこれを“ 日の出 ”と認識しています．どれだけ折れ曲がるのでしょうか．

“ 変分法 ”という計算法の紹介で，屈折の問題と一緒に，この“ 大気差 ”が，例題に登場します．経路を分割して区分それぞれを走破する時間を計算し，その総和をトータルの所要時間としますが，経路の候補のなかから所要時間最小の経路を選び出す方法の一つが変分法です．詳細は省略しますが，ここでは，大気圏中の高度と屈折率 (光の速度) の関係が与えられるとき，最初に観測者が目にする光はどの角度で入射した光かという問題に整理できます．手元の変分法教科書ではこの計算を，屈折率を地球の中心からの距離 r の 2 乗に関係させ $n = \sqrt{1+k^2/r^2}$ と与えて，大気差を 1′35″ と計算しました．数式の展開で美しく解を求めているのはいいのですが，地表の屈折率 (光の速度) をピンポイントで当て嵌(は)めたため実際とはかなり違った答えになってしまいました．そこで，理科年表から気温，気圧，密度と高度の関係を拾い，屈折率 (光の速度) を推定し大気差を再計算してみました．下図がその結果で，地表における大気差は 32′59″ と計算されました．国立天文台は大気差の定数を 35′08″ としていますので，これと比較してもまあまあの結果でした．

準備ができたところで，日の出の計算モデルを作りましょう．

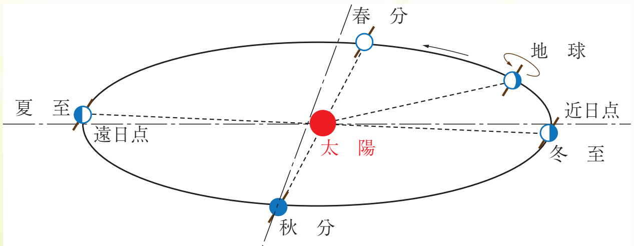


大気の性質と光の屈折率 (理科年表データより)

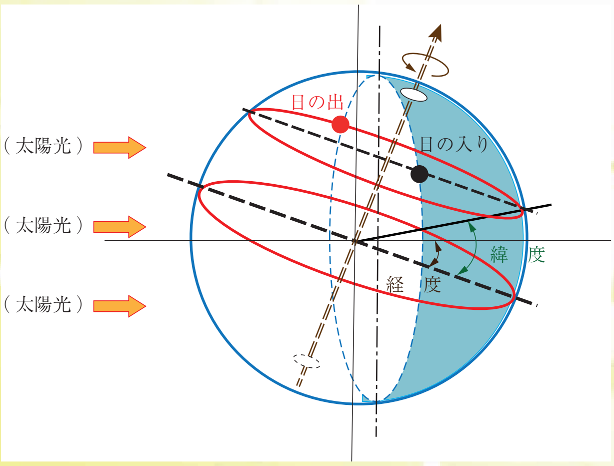


大気影響による光の折れ曲がり　大気差

太陽の中心，地球の中心を位置の基本とします．地球は太陽を焦点とする長軸 1.496 0 億 km，短軸 1.495 8 億 km (2 万 km しか違いません) の楕円軌道上を公転し，同時に 23°26″ 傾いた地軸回りに自転します．公転，自転とも北の遠方から見て反時計回りの回転で，公転周期は 365.25 日，自転周期は 1 年で (365.25 + 1) 回転するので，23.93 時間です．公転楕円の長短軸と暦の関係が問題ですが，今現在は，1 月 4 日前後に楕円の長軸を通過します．1 年の起点は元日ですが，おおもとは，1582 年 10 月 15 日が起点のグレゴリオ暦 (400 年に 97 回の閏年) で，



地球の公転と自転

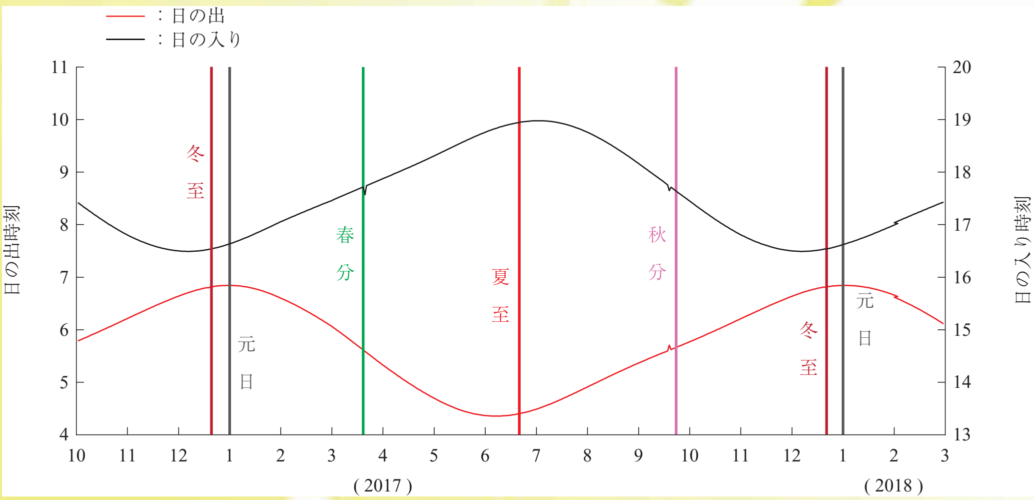


太陽光の照射面と日の出／日の入り

その後の日付が決まっています．公転軌道は楕円ですが，楕円軌道とするとケプラーの法則を適用する必要が出てきて面倒なので，簡単のためここでは，半径 1.496 億 km の円軌道とします．太陽の頭出しは，半径 $r = 6.96 \times 10^5$ km から半径影響を 15′44″ に，大気差は国立天文台の定数 35′08″ とします．時間換算ではそれぞれ，1 分 32 秒，2 分 20 秒で，合計すると 3 分 52 秒，半球の計算より日の出が早まり，日の入りが遅れます．

東京の日の出／日の入りを計算しましょう．計算は，昼と夜の領域境界と東京 (北緯 35.65°) の地軸回りの回転軌道の交点です．地球を固定して，1 日の公転角度 360.0 × {1/365.25}° から太陽光の入射角度を求め，交点を計算します．自転の角度と 24 時間の対応を求め，日の出，日の入り時刻とします．1 日の自転角度は，360 × (1 + 1 / 365.25)° です．

結果は図の通りで，おおよそは冬至と夏至を頂点とする変動ですが，冬至基準で 11 日目に最も遅い日の出時刻 06：51 が，169 日目に最も早い 04：21 が現れます．日の入りは，351 日目；16：29 (冬至の 15 日前が最も早く，逆に 193 日目；18：59 が最も遅い日の入りです．1 月 1 日，6 月 8 日，12 月 7 日，7 月 2 日に対応します．公転角度一定の簡易計算ですが，国立天文台公表の時刻にほぼ近い値となりました．公転軌道が楕円であること，地軸の傾きによる加減速を無視しているので，春分，秋分で 4 分の誤差がありますが，2 要因の修正はそれほど面倒ではないので，興味のある方はお試しになってください．



東京の日の出／日の入り　時刻

本文の一つの焦点は，変分法の紹介でした．ここで，変分法の曙(あけぼの)を簡単にご紹介します．

17 世紀が終わろうとする 1696 年，スイスの数学者 Johann Bernoulli が「質点が点 A をスタートして滑らかな斜面を点 B に向かって滑り落ちるとき，最短時間で点 B にたどり着くには斜面をどのような形にしたら良いか？」という「最速降下線問題」を学会誌に提示し，解を募集しました．出題者ヨハンは，光の屈折と光路の関係をベースに予(あらかじ)め解を類推したうえで出題していました．最初に Leibniz が解を寄せましたが，不完全な解でした．ほかにそれらしい応募もないのでやむなく締め切りを 1 年延ばしにしたところ，Newton，ヨハンの兄 Jakob その他から 6 例の解が示され，これが変分法展開のスタートでした．ニュートンは，領域を区分して区分領域ごとの滑り時間を表示し，これの合計を微分・積分することによって，斜面が“サイクロイド”であることを示しました．先の大気差の解き方そのものです．造幣局長官として大活躍する直前のニュートンでしたが，出題を知ると 1 晩で解いてしまったといわれています．ニュートンらしく嫌味(いやみ)たっぷりに匿名の寄稿をしましたが，ニュートンの解だと誰にもすぐ分かったそうです．積分を最小とするなかに変分法の萌芽(ほうが)がありました．ヤコブの解は Huygens の等時降下曲線（一様重力のもとで質点がサイクロイド曲線を滑り落ちるとき，どこから滑り始めても最下点に到達するまでの所要時間は同じである）をベースにしていましたが，こちらも変分の考えを含んでいました．その後ニュートンは変分法の応用や発展に興味をもちませんでしたが，ヨハンやその弟子 Euler，Legendre，Laplace，Lagrange などのフランスの数学者により，変分法はその後大きく発展させられました．現在工学の有力な道具の一つ有限要素法はこの変分法が基礎で，変分法なしでは現在の構造技術は考えられません．材料力学の分野に“仮想仕事の原理”という極めて分かりにくい原理があり，有限要素法の基礎であるとしてしばしば紹介されますが，変分法の結果を一部記述しているのが仮想仕事の原理です．連立方程式の結果を記述する鶴亀算の説明が分かりにくいのと同じで，結果だけを説明しようとするとなかなか難しいのです．

ここにベルヌイが 2 人出てきます．兄ヤコブは確率論やレムニスケート（連珠形）で広く知られ，弟の出題者ヨハンは微分の“平均値の定理”や懸垂曲線カテナリー（吊橋のロープ，代々木プールの屋根）の発見者として高名です．ヨハンの子 Daniel Bernoulli が流体力学「ベルヌイの定理」の提唱者で，スイス出身のまさに“華麗なる数学一族”です．

冒頭の「日出る・・・・」国書は，第 2 回遣隋使が携えた国書で，隋書倭国伝(わこくでん)に記事があります．600 年（推古天皇 8 年）の第 1 回遣隋使の記述に，天子はアメタラシヒコと記されていますので，国書の天子は最初の女帝推古天皇ではなく摂政の宮の聖徳太子だったでしょう．しかし，「日出る」国書は隋の皇帝“煬帝(ようだい)”の機嫌を損ね（帝覽之不悅，謂鴻臚卿曰，蠻夷書有無禮者，勿復以聞），大使の小野妹子は返書を対馬で盗まれたことにせざるを得ませんでした．日本語の語感から，“日出る”で興隆，“日没する”で衰亡を連想しますが，これらは素直に東，西を意味するだけの仏教用語なので問題視されることはありませんでした．原因は，第 1 回遣隋使と第 2 回遣隋使の 7 年の間に初代文帝から第 2 代“煬帝”に代替わりしていたのを日出る側が知らず，初見の煬帝皇帝に“恙無きや”といきなりのなれなれしい挨拶となってしまい，「無礼」の怒りを買ったのでした．小野妹子は可哀想(かわいそう)に，帰国後身分を剥奪され流刑に合うなどしますが，事情を知った為政者間のお芝居で，程なく地位を回復し，再度，遣隋使として隋に渡ります．

“聖徳太子”については最近，教科書記載のお名前が話題になりました．聖徳太子（厩戸王(うまやどのおう)）あるいは厩戸王（聖徳太子）に変えようということでしたが，親しみがないという理由で見送りになりました．日本書紀には，“厩戸（豊聡耳）皇子”，“豊耳聡聖徳”，“豊聡耳法大王”，“法主王”，“東宮聖徳”と記されています．“聖徳太子”は，751 年，“懐風藻(かいふうそう)”が初出で，後世の命名です．記紀の記載名は，例えば中大兄皇子（天智天皇）は“男兄弟の皇子の第 2 男子”という意味で個人名ではありません．厩戸前で生まれたので，あるいはキリスト伝説にあやかって“厩戸皇子”，10 人一緒の請願を聞き分けて適切にお答えになったので“豊聡耳命”であらせられるらしいのですが，いずれも後世の命名です．当時のお名前を知りたいものです．