

# 新しい流体解析技術「粒子法」の流体機器への適用

## Application of "Particle Method" as a New Numerical Technique to Machinery and Equipment

倉田隼次 技術開発本部 R&D テクノセンター解析技術部  
市東素明 技術開発本部 R&D テクノセンター解析技術部 主査

新しい流体解析手法である粒子法は、従来の流体解析が必要としていた格子を必要としないため、幅広い産業機器への適用が期待されている。格子不要という特徴から、設計工数の大幅削減、複雑形状の省略化不要、複雑な運動を伴う機器への適用、など多くの利点生まれる。その一方で、粒子法には格子法に比べ各種保存量の保存性が劣るという欠点があり、圧力振動の発生といったような課題が残されている。本稿では、こうした課題への対策と、実際の粒子法の適用事例を紹介する。

With the advantage of the meshless approach, particle methods that solve Navier-Stokes equations are expected to be applicable to a wide variety of industrial machinery. The advantage leads to cost reduction in modeling, easy accessibility to complex geometries and moving boundary applications. On the other hand, particle methods have some problems to be overcome such as pressure instability. In this article we present the process and technique used to reduce the pressure instability, and then its potential was shown through simple problems and some actual engineering cases.

### 1. 緒言

粒子法は、連続体を粒子によって離散化し、ラグランジュ的に追跡する手法で、流体解析や構造解析などに用いられる。代表的な手法としては SPH (Smoothed Particle Hydrodynamics) 法, MPS (Moving Particle Semi-implicit) 法<sup>(1)</sup>などが挙げられる。このうち本研究では、MPS 法を用いた。粒子法は気液界面をシャープに捉えられること、計算格子が不要なため複雑形状や移動境界問題を扱いやすいこと、などの利点があり今後の工学的な応用が期待されている。

上記のような多くのメリットがある反面、幾つかの問題によってその応用範囲は通常の格子法に対して限定的なものにとどまっている。そのうち最も大きな課題が圧力振動の問題である。MPS 法においては、重力下にある静止した容器中の水(静水)においてさえ、粒子の微小振動と圧力振動が生じ、その振動の大きさは粒子径やフルード数などに応じて変化する。これを抑制する手法が幾つか提案されており、たとえば Khayyer ら<sup>(2)</sup>は、圧力項の高精度化によってその改善を図っている。それに対し、近藤ら<sup>(3),(4)</sup>は圧力 Poisson 方程式のソース項に圧力を抑制する安定化パラメータを導入する方法を提案した。

本稿では、まず、この安定化パラメータの最適値を応答曲面法によって求める方法を検討した。続いて基礎的な問

題および実際の工学的な課題に対し、粒子法を適用した事例を紹介する。

### 2. 圧力安定化手法

標準的な MPS 法の支配方程式は非圧縮 Navier-Stokes 方程式に基づいており、Poisson 方程式の圧力項は(1)式のように定式化される。

$$\Delta p = \frac{\rho}{\Delta t} \left( \frac{n^* - n^0}{n^0} \right) \dots\dots\dots (1)$$

$\Delta p$  : 圧力勾配

$\rho$  : 密度

$\Delta t$  : 時間刻み

$n^*$  : 粒子数密度

$n^0$  : 初期粒子数密度

近藤ら<sup>(3)</sup>は(1)式右辺のソース項を次式のように定式化している。

$$\Delta p = \frac{\rho}{\Delta t} \left\{ (1 - \beta) \frac{n^* - 2n^k + n^{k-1}}{n^0} + (\beta - \gamma) \frac{n^* - n^k}{n^0} + \gamma \frac{n^* - n^0}{n^0} \right\} \dots (2)$$

ここで、 $\beta$  と  $\gamma$  は新しく導入された安定化パラメータであり次式の条件を満たす。

$$0 < \beta < 1, 0 < \gamma < 1 \dots\dots\dots (3)$$

また、(1)式は(2)式の  $\beta$  と  $\gamma$  を 1 にした場合に相

当する。パラメータ  $\gamma$  は、流体の体積圧縮に関わるものであり、 $\gamma \rightarrow 0$  とすることで非圧縮流体に対し体積圧縮を許す。すなわち粒子同士が接近した時の反発力を弱めることで圧力振動を抑制する効果がある。

第 1 図に、 $d/h = 0.015$  の円筒容器中静水の体積圧縮の様子を示す。ここで、 $d$  は粒子径、 $h$  は円筒容器に満たされた水の初期高さを示し、 $h$  は 100 mm である。また、密度と粘性は常温の水に相当する。このケースにおいて、 $\gamma = 1$  では約 90% の体積圧縮率 (= 圧縮後体積 / 初期体積) であるが、 $\gamma = 0.05$  では約 80% となり、 $\gamma \rightarrow 0$  とすることで体積がより圧縮することが分かる。

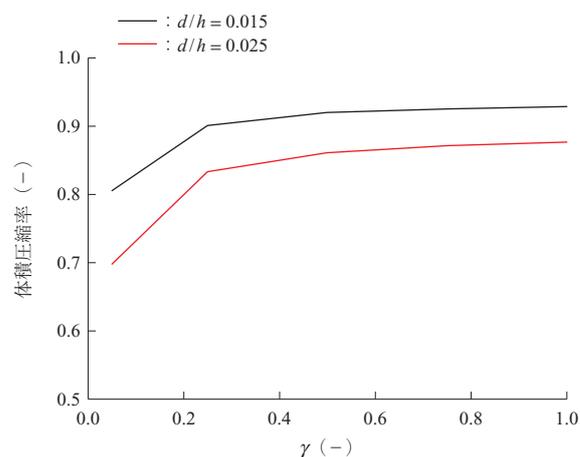
第 2 図に、円筒容器中の水の高さが一定で粒子径  $d$  を変えた  $d/h = 0.015, 0.025$  の  $\gamma$  と体積圧縮率の関係を示す。粒子径によって体積圧縮率と  $\gamma$  の相関関係は変わり、粒子径が大きくなるとより圧縮しやすい傾向があるが、基本的に  $\gamma \rightarrow 0$  で体積が圧縮しやすくなる傾向は同様である。したがって、圧力振動と非圧縮流体に対する体積圧縮はトレードオフの関係にあり、何らかの最適化が必要となる。

### 3. 応答曲面による圧力振動抑制パラメータ最適化

ここでは第 1 図に示した静水問題（重力下）において、圧力振動抑制パラメータ  $\beta$ 、 $\gamma$  の最適値を応答曲面法によって求めた。最適化のための目的関数として以下の三つを選択した。

- (1) 最大速度：安定性指標
- (2) 圧力勾配の静水圧勾配からの差：精度指標
- (3) 体積圧縮率：精度指標

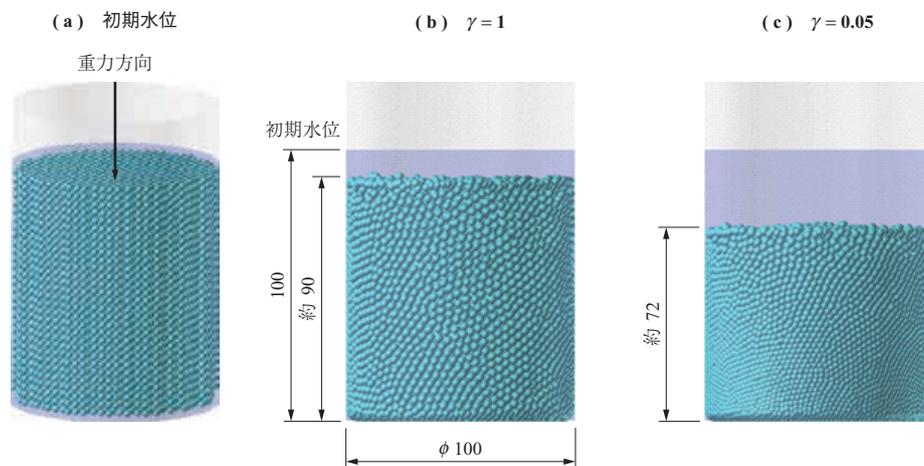
静水圧中において、上記の (1) 最大速度は 0、(2) 圧



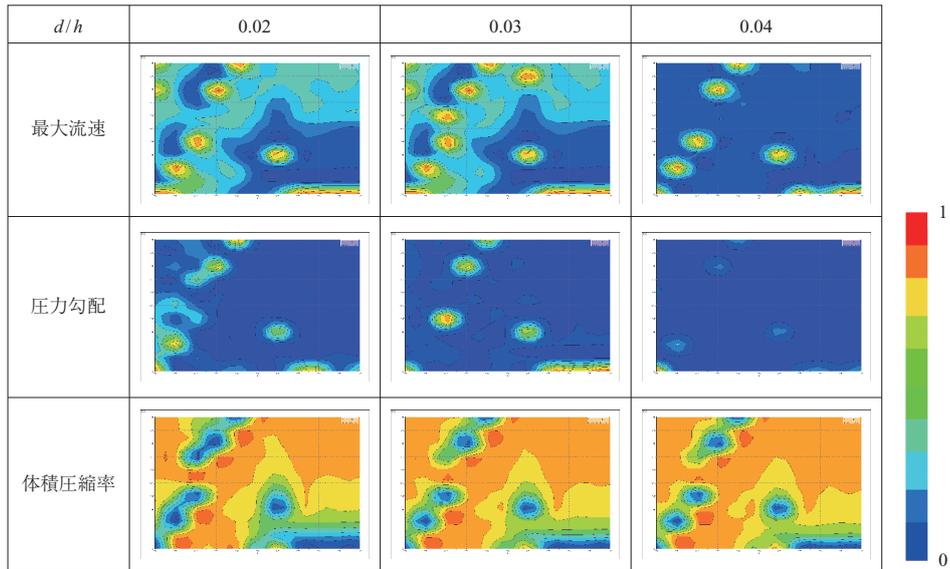
第 2 図 体積圧縮率  
Fig. 2 Volume compression rate

力勾配は静水圧勾配に一致するので 0、(3) 体積圧縮率は非圧縮流体であるので 1 であることが望ましい。そこで本研究では、これらを同時に満たすパラメータの組合せを応答曲面上で多目的フィルタリングによって探索した。第 3 図にクリギング法を用いて応答曲面 ( $\beta-\gamma$ ) を作成した結果を示す。 $\beta$  と  $\gamma$  のサンプリングの点数は 121 とした。応答曲面作成時、速度と圧力が発散するサンプリング点では適切なしきい値を設け、安定領域での応答曲面の精度を向上させている。

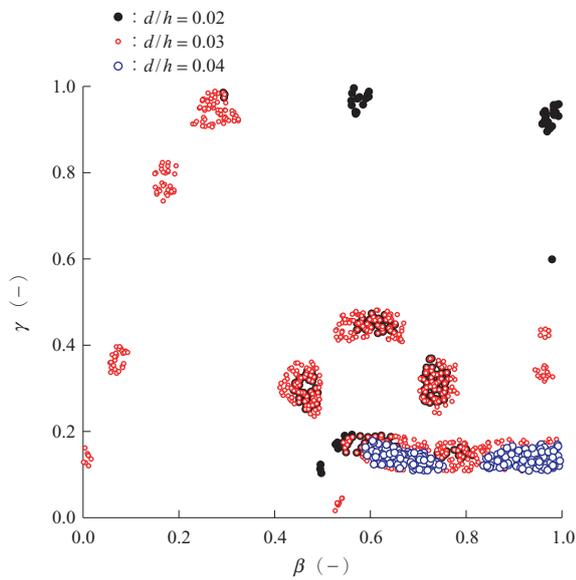
この応答曲面上で、最大速度（無次元化） $> 0.5$ 、圧力勾配のずれ  $< 0.3\%$ 、体積圧縮率  $> 0.9$  となるようにフィルタリングを行った一例を第 4 図に示す。このフィルタリングのしきい値は任意であり、安定性をより重視する、もしくは精度をより重視する、などとして選択することが可能である。第 4 図から、従来の標準的な MPS 法である  $\beta = 1$ 、 $\gamma = 1$  の近傍は、粒子径が大きくなると



第 1 図 円筒容器内静水の体積圧縮（単位：mm）  
Fig. 1 Still water in cylinder and volume compression (unit : mm)



第3図 応答曲面 ( $\beta-\gamma$ )  
Fig. 3 Response surface ( $\beta-\gamma$ )

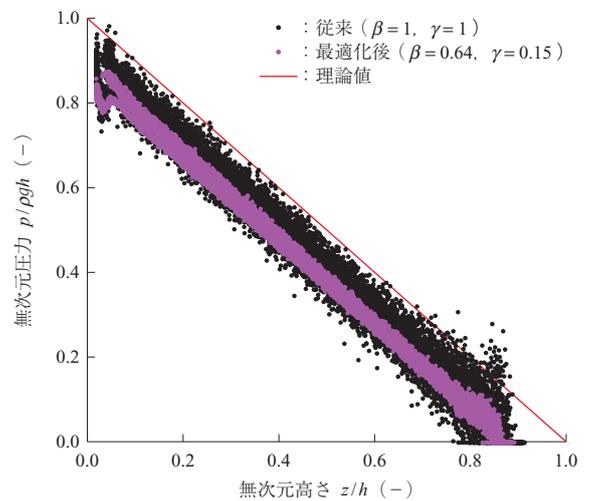


第4図 フィルタリング結果  
Fig. 4 Filtering result

フィルタリング条件を満足しなくなることが分かる。本フィルタリング条件における粒子径によらない最適条件は  $\beta = 0.64$ ,  $\gamma = 0.15$  であった。この条件での各粒子の圧力分布を第5図に、圧力振動の抑制結果を第6図に示す。圧力振動抑制パラメータの最適化によって、圧力振動の標準偏差が従来の3.5%から1.5%へと1/2以下に低減されていることが分かる。

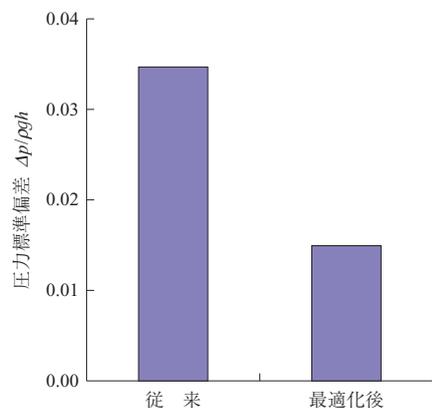
#### 4. 適用事例(1) 回転容器

自由表面をもつ回転容器は、攪拌翼などをもつ場合、従来の格子法 (VOF法: Volume Of Fluid Method) では解析困難であるため、粒子法の適用分野として多く取り上げ



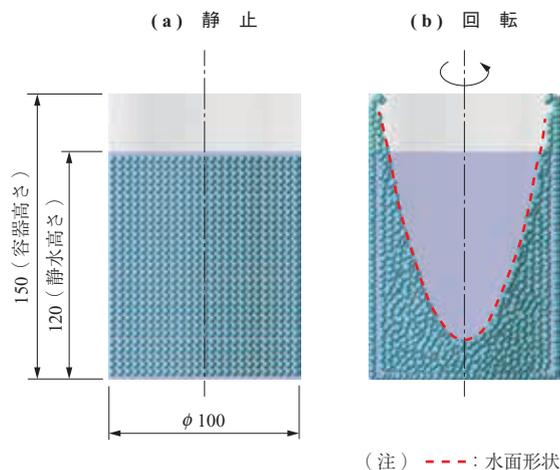
(注)  $p$ : 圧力  
 $\rho$ : 密度  
 $g$ : 重力加速度  
 $h$ : 静水高さ  
 $z$ : 粒子高さ

第5図 高さ方向での圧力分布  
Fig. 5 Pressure distribution in vertical direction



第6図 圧力振動の抑制結果  
Fig. 6 Decrease of pressure instability

られる対象である。解析対象を第7図に示す。流体は常温の水である。回転の条件を第1表に示す。粒子径  $d$  と円筒容器直径  $D$  の比  $d/D$  は 0.08 とした。振動抑制の有無での自由表面形状を従来の格子法 (VOF 法) と比較した結果を第8図に示す。VOF 法による解析結果は実験結果と良く一致することが知られている。粒子法では、振動



第7図 回転容器内の自由表面 (単位: mm)  
Fig. 7 Free surface of a rotating cylinder (unit: mm)

第1表 回転条件  
Table 1 Rotational conditions

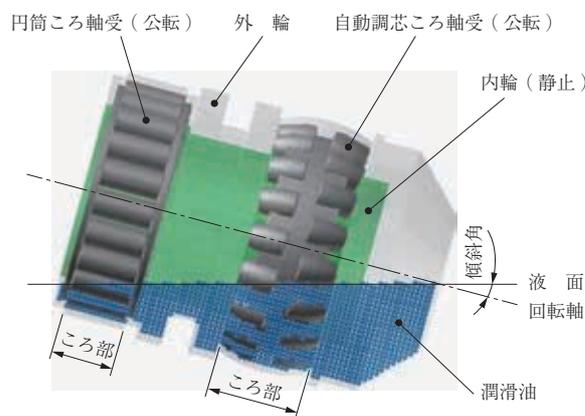
対象区分	計算式	結果
回転レイノルズ数	$\omega R^2/\nu$	50 ~ 500
回転フルード数	$\omega^2 R^2/gh$	3 ~ 0.03

(注)  $R$ : 容器半径  
 $\omega$ : 角速度  
 $\nu$ : 動粘性係数  
 $h$ : 静水高さ  
 $g$ : 重力加速度

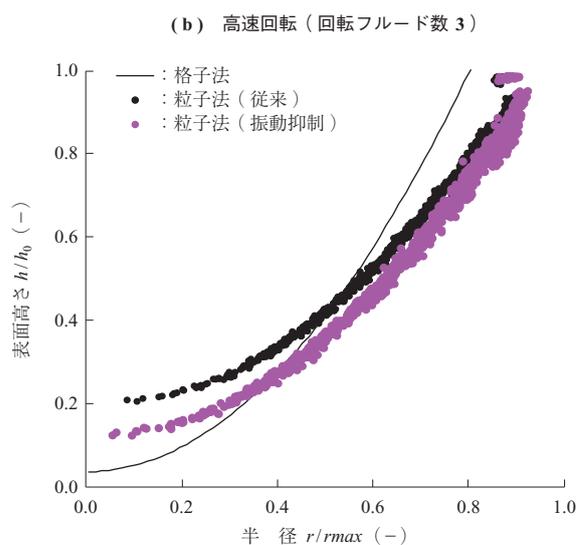
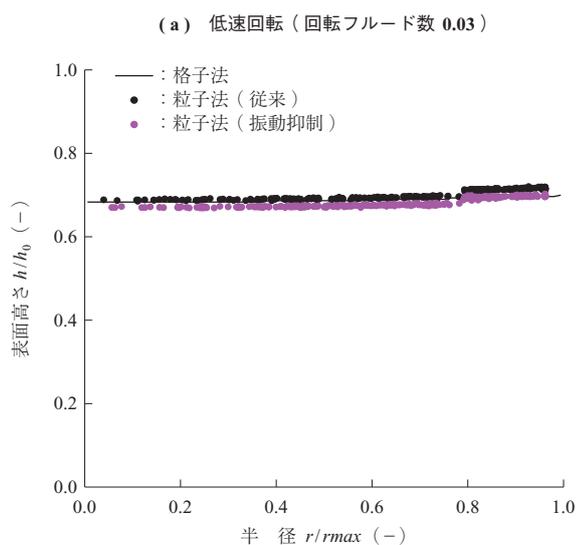
抑制を行うと、体積が圧縮される効果が発生することが分かる (水面全体が低下する)。その傾向は高速回転の方がより大きく、精度が低下することが分かる。したがって、高速回転体に本解析手法を適用する場合には注意が必要である。

### 5. 適用事例 (2) 軸受潤滑油解析

より実用的な適用事例として、微粉炭用石炭ミルのローラのころ軸受潤滑油流れの例を示す。解析対象を第9図に示す。ミルは、特に低温での運用に注意を払う必要がある。低温条件において、ミルの回転速度を変えた場合の潤滑油の液面を第10図に示す。低速から高速に変化すると潤滑油の液面が低下し、円筒ころ軸受部に潤滑油切れが発生することが分かる。低温・高速での液面の低下を改善す

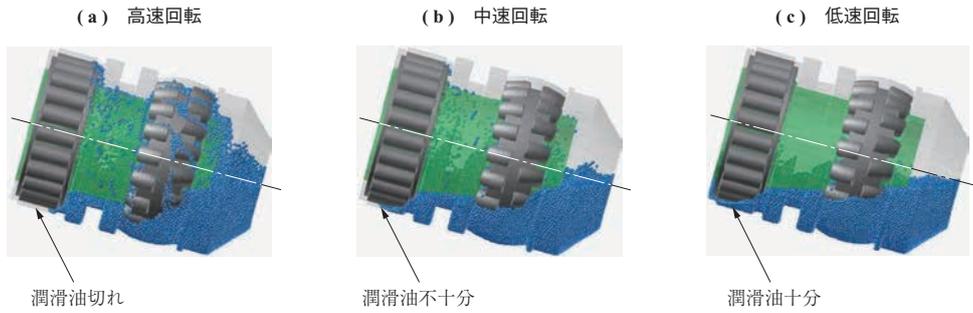


第9図 石炭ミルローラ内ころ軸受のモデル図  
Fig. 9 Schematic of roller bearing in a coal mill roller



(注)  $h_0$ : 初期静水高さ  
 $r_{max}$ : 容器半径

第8図 自由表面形状の比較  
Fig. 8 Comparison of free surface level between CFD and Particle Methods



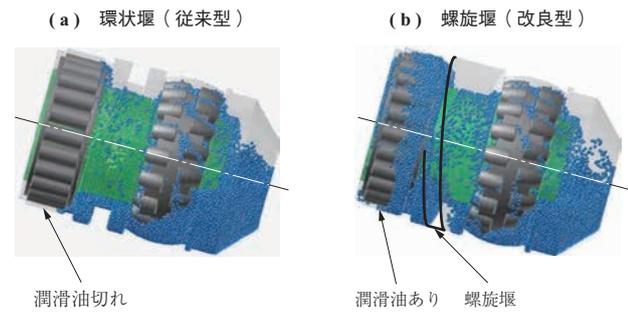
第 10 図 低温条件における各回転数での潤滑油液面  
 Fig. 10 Comparison of oil level with various rotating speeds of a roller bearing at low oil temperature

る手法として、螺旋堰を用いた例を第 11 図に示す。ローラ内の中間に設けた螺旋堰が、螺旋水車と同様の効果によって潤滑油を下方から上方にくみ上げる効果を示している。

### 6. 適用事例 (3) 建機泥水浸入解析

悪環境での建機の代表的な走行方式としてクローラ（無限軌道）が用いられる。泥水中を走行するクローラでは、しばしば、クローラを構成するローラ部へ、回転部と静止部の隙間から泥水が浸入し、内部のベアリングなどの寿命に悪影響を与えることが知られている。代表的なクローラとローラを第 12 図に示す。こうした泥水の浸入評価は従来の格子法（VOF 法など）では、計算負荷の観点から困難な解析の一つであった。これに対し、粒子法による解析を行った事例を示す。ローラ軸近傍からの泥水浸入

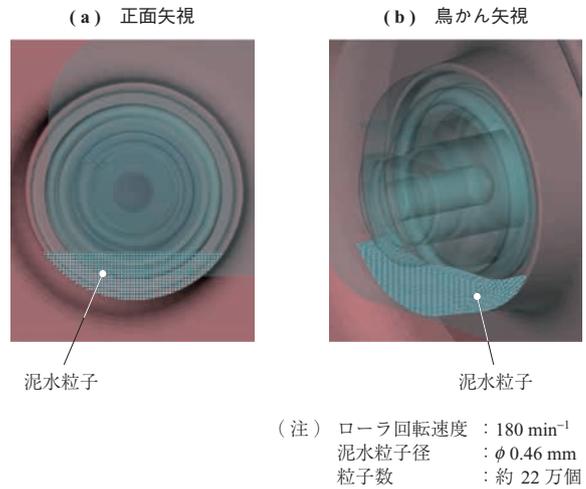
評価事例を第 13 図に、7 回転後の泥水の自由表面および流速コンタを第 14 図に示す。自由表面は、オープンソース可視化ソフト ParaView の Gaussian Resampling フィルタによって等値面で可視化した。本解析によって、泥水の



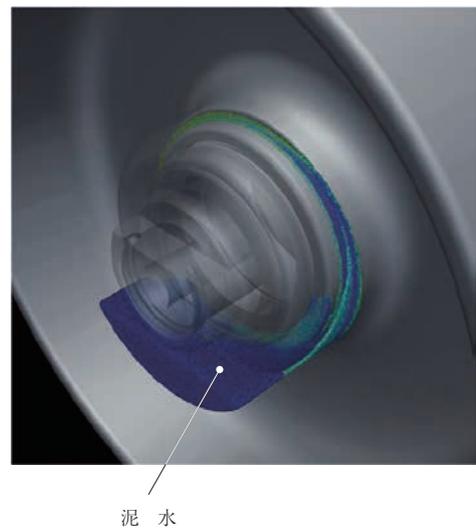
第 11 図 環状堰と螺旋堰でのくみ上げ効果の比較  
 Fig. 11 Pumping effect using a spiral water mill in a coal mill



第 12 図 代表的なクローラとローラ  
 Fig. 12 Lower roller of crawler carrier running through a muddy field



第 13 図 ローラ軸近傍からの泥水浸入評価事例  
 Fig. 13 Infiltration of muddy water into internal bearing in lower roller



第 14 図 7 回転後の泥水の自由表面および流速コンタ  
 Fig. 14 Free surface level and velocity contour of muddy water after 7 rotations of roller

物性や浸入経路の形状を変えることで、泥水の浸入しにくい形状の設計に役立つことが分かった。

## 7. 結 言

圧力振動抑制のために標準 MPS 法の Poisson 方程式のソース項に近藤モデルを導入する場合、圧力振動の抑制と体積圧縮がトレードオフの関係になる。これに対し応答曲面法による圧力振動抑制パラメータの最適化を行い、体積圧縮率を 90% 以上に保ちつつ、圧力振動を 1/2 以下に抑制できることを示した。本手法では数値安定性と精度のいずれを重視するかで、数値解析の目的に応じた適切なパラメータの選択を行うことが可能である。

本研究で見いだした安定化手法などを用い、軸受内部の潤滑油の流動や外部から機器内部への流体の浸入解析などに適用し、従来の格子法が苦手としていた分野に対して、この新しい解析手法が有効であることを示した。今後、本解析手法が抱えていた問題点を克服し、この新しい解析手法がますますその活用分野を広げていくことが期待される。

## — 謝 辞 —

本研究に当たりプロメテック・ソフトウェア株式会社の室園浩司氏（当時）には多大な助力をいただきました。ここに感謝の意を表します。

## 参 考 文 献

- (1) 越塚誠一：粒子法 丸善出版 2005 年
- (2) Abbas Khayyer and Hitoshi Gotoh : Enhancement of stability and accuracy of the moving particle semi-implicit method Journal of Computational Physics Vol. 230 Issue 8 (2011. 4) pp. 3 093 - 3 118
- (3) 近藤雅裕, 越塚誠一：MPS 法における不自然な数値振動の抑制 Transactions of the Japan Society for Computational Engineering and Science Paper No. 20080015 2008 年
- (4) M. Kondo and S. Koshizuka : Improvement of Stability in Moving Particle Semi-implicit Method International Journal for Numerical Methods in Fluids Vol. 65 Issue 6 (2011. 2) pp. 638 - 654
- (5) 倉田隼次, 市東素明：粒子法における安定化 日本機械学会計算力学講演会 2011 年